



DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: COM A PALAVRA OS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Luís Havelange **Soares**, IFPB¹, luis.soares@ifpb.edu.br
José César **Nascimento Afro**, IFPB, cesar.afro@hotmail.com
Leonardo Lira **Brito**, IFPB, leonardolirabrito@gmail.com
Paulo Cezar de **Souza**, IFPB, cezarifpb@gmail.com

RESUMO

Nesse texto apresenta-se estudo que foi desenvolvido com um grupo de dez professores de Matemática, no qual se teve como objetivo analisar o entendimento dos docentes sobre as demonstrações e a exploração destas na educação básica. Para tal, elegeram-se seis propriedades matemáticas que são temas importantes de Matemática na educação básica e, sobre elas, realizou-se uma entrevista com os docentes que estão em atuação no nível de ensino fundamental e/ou médio. Os resultados indicaram que o entendimento dos professores sobre demonstração está muito limitado às concepções construídas nos cursos superiores, o que os impede de explorar os processos de demonstração em sala de aula, pois, entendem que os discentes não possuem condições de compreensões de tais processos.

Palavras – chave: Demonstração matemática; ensino; aprendizagem.

ABSTRACT

In this text we present a study that was developed with a group of ten teachers of mathematics, with the objective of to analyze the teachers' understanding of the mathematical demonstration and of exploitation these in basic education. In the study were chosen six mathematical properties that are important subjects of mathematics in basic education and, over them, interviews were conducted with teachers who are at work in the elementary school level and/or medium. The results indicated that the understanding of teachers about the demonstration is very limited the conceptions built in university courses, which prevents them from exploring the processes of demonstration in the classroom, for understand that the students do not possess the understanding of such processes.

Keywords: mathematical demonstration, teaching, learning.

1. Introdução

Uma das questões que vêm sendo estudadas no âmbito da educação matemática, em especial na última década, diz respeito aos processos de demonstrações no ensino de Matemática na educação básica. Vários estudos, entre eles o de Machado (2005), têm apontado que esse processo vem se realizado de

¹ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – Campus Campina Grande



formas diversas, dependendo de fatores temporais e locais: umas mais teóricas, outras mais práticas; umas partindo de teoremas apresentados pelo professor, outras partindo de conjecturas formuladas pelos alunos.

Porém, se nos detivermos ao ensino de Matemática no Brasil, temos uma realidade que destoa da maioria dos países do mundo, conforme mostrou Pietropaolo (2005) em sua tese de doutorado. Segundo ele, em países como França, Portugal, Inglaterra e Alemanha, o sistema de ensino no nível comparável ao que entende-se por ensino fundamental no Brasil, já coloca em sua estrutura curricular que as demonstrações matemáticas devem ser exploradas pelos professores durante as aulas de Matemática. Diferentemente disto, no Brasil, o processo de demonstrações e provas no ensino de Matemática fica restrito, quase que completamente, aos cursos superiores de Matemática – os cursos de Licenciatura e de Bacharelado.

Em linhas gerais há opiniões conflituosas no que se refere a essa temática. Muitos pesquisadores defendem que as demonstrações já sejam introduzidas no ensino de Matemática desde as séries iniciais. Porém, há também um forte grupo de estudiosos defensores do pensamento de que as provas e as demonstrações só devem ser exploradas pelos professores em níveis de escolaridade mais elevados, alegando eles que o estudante precisa estar com sua estrutura cognitiva “preparada” para compreensão de pensamentos mais abstratos.

Distante de um consenso sobre tal discussão, muitas investigações estão sendo desenvolvidas em todos os níveis de ensino trazendo no seu cerne o desejo de avançar numa direção que indique o melhor caminho para as práticas docentes de Matemática. Isso leva, inevitavelmente a um estudo mais epistemológico do entendimento do que realmente deve ser considerado como “*demonstração*”, quais os seus objetivos, quais suas categorizações e sua importância para a aprendizagem de Matemática. Mas, essas questões não são temas fáceis e, assim como ocorre com muitos outros enfoques dentro da educação matemática, trazem uma carga de polissemia o que faz com que seja necessário que definamos qual concepção estamos seguindo.

Entendendo as dificuldades de convergência conceitual para “*demonstração*” e para direcionamentos desta no que se refere ao ensino básico, apresentamos os resultados de um estudo que desenvolvemos a partir de um projeto de pesquisa no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), Campus de



Campina Grande, onde investigamos como os professores de Matemática apresentam (ou exploram) as demonstrações relativas às propriedades ou teoremas de Matemática da educação básica nas suas aulas de Matemática. Partimos da hipótese de que a exploração de demonstrações matemáticas na educação básica se faz necessária, mesmo que, utilize-se para tal, um entendimento de “*demonstração*” diferente do que se usa nos cursos de Licenciatura e Bacharelado. Nessa perspectiva, a partir da escolha de algumas propriedades matemáticas importantes que são estudadas no nível da educação básica e de um grupo de 10(dez) professores de Matemática, sendo cinco do ensino fundamental e cinco do ensino Médio, analisamos, após entrevistas com os docentes como eles exploram os processos de demonstração dessas propriedades em suas aulas de Matemática, tomando como base algumas categorias de análise já referendadas em estudos da educação matemática.

2. Reflexões sobre o conceito de “*demonstração*”

O que é uma demonstração?

Uma rápida pesquisa em dicionários de língua portuguesa indica que para o termo “*demonstrar*” existe várias definições: “provar com um raciocínio convincente” ou “descrever e explicar de maneira ordenada e pormenorizada, com auxílio de exemplos, espécimes ou experimentos”. Claro, que em se tratando de conhecimento matemático nem sempre as definições contidas nos dicionários são coerentes com o que se define na comunidade acadêmica. Evidente que é difícil responder a essa pergunta, mas, vamos fazer uma reflexão sobre o significado da demonstração, em termos de ensino de Matemática a partir de uma possível situação de sala de aula.

Imaginemos que durante uma aula de Geometria o professor apresente para os alunos a seguinte propriedade: “A soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180° ”.

Para investigar essa propriedade o docente entrega a cada aluno uma folha de papel e pede que cada discente desenhe um triângulo, destaque cada ângulo interno configurado e recorte o triângulo. Em seguida pede que corte o triângulo em três partes preservando cada ângulo interno. E por fim, pede que juntem os três ângulos construídos e façam suas conclusões sobre o valor da medida do ângulo total formado pela junção dos três ângulos internos do triângulo. Ora, evidentemente

todos os alunos perceberão que o ângulo formado é um ângulo de 180° . A figura 1 apresenta a sequência sugerida.

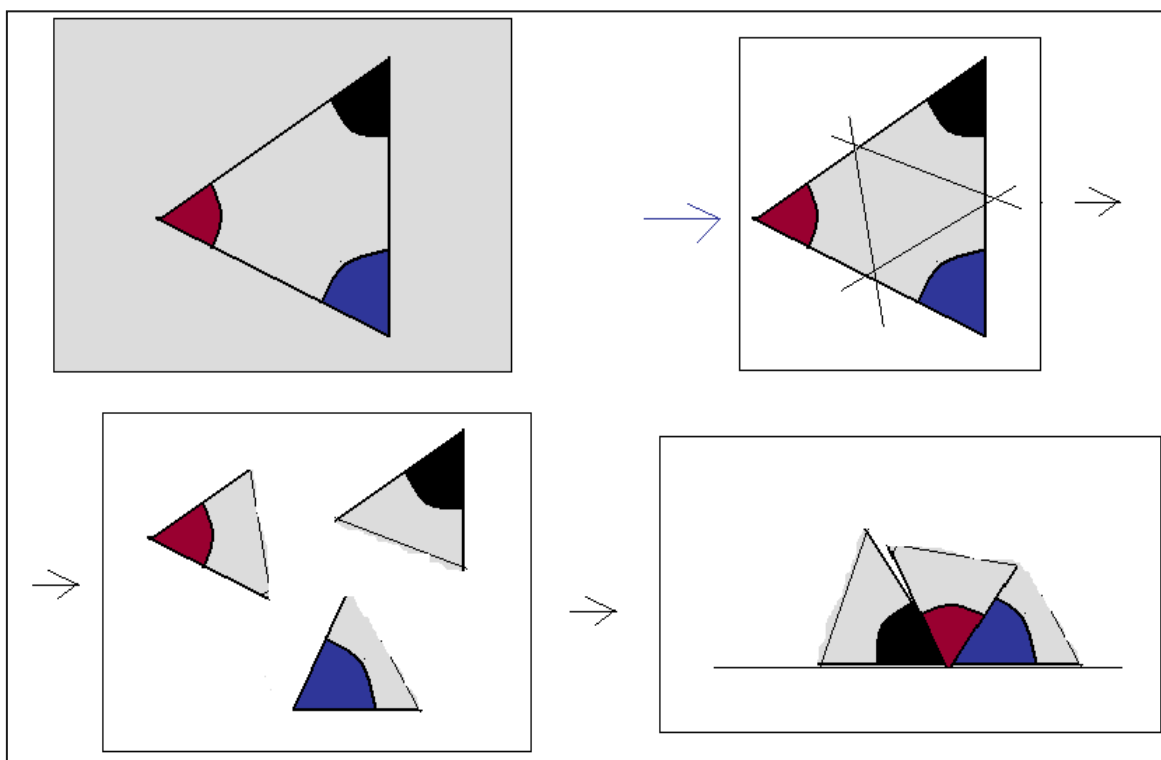


Figura 1 - Sequência metodológica sobre a propriedade dos ângulos internos de um triângulo

Como cada aluno, possivelmente, construiu um triângulo diferente (em termos de tamanho ou de medidas dos ângulos) e em todos os casos o ângulo formado ao final pelos três ângulos internos do triângulo mede 180° , eles (alunos) chegarão a conclusão de que em qualquer triângulo isso se verificará. Agora, convém levantar a seguinte questão: o que foi realizado nessa sequência didática foi uma demonstração ou parte do processo de uma demonstração?

Se seguirmos o pensamento de Boavida (2001) entenderemos que ocorreu parte de uma demonstração. Pois segundo ele,

uma demonstração é realizada quando são apresentados argumentos, matematicamente válidos, para cada uma das afirmações que enunciaram, usaram factos conhecidos e anteriormente aceites como verdadeiros para bases das suas justificações (...), encadearam os argumentos uns nos outros de tal modo que uma ideia fluía da anterior sem deixarem “pontas soltas” ou contradições e deduziram, logicamente, uma conclusão. (p.13)

Pensamos que as demonstrações devem ser postas para os alunos em sala de aula como algo que, independentemente do maior ou menor formalismo que se apresente, expressem através de um *raciocínio lógico* que mostre a verdade ou falsidade de uma determinada conjectura ou propriedade e que seja aceita por todos



os membros da comunidade sala de aula. Nessa perspectiva, estamos considerando o entendimento de demonstração diferente do que é defendido por muitos autores que têm seus trabalhos em bases mais voltadas para a “Matemática Pura”².

A demonstração envolve a utilização de uma formalização abstrata e simbólica e exige um perito com conhecimento prévio bastante razoável do assunto e domínio da linguagem utilizada. (DAVIS E HERSH, 1985, citados por PIETROPOLO, 2005).

De fato, para muitos matemáticos, que não desempenham atividades nos ensino Fundamental e/ Médio, simples constatações visuais, conforme a sequência apresentada anteriormente, não podem ser entendidas como demonstrações, ou na melhor das hipóteses, como partes de uma demonstração. Esta constatação foi realizada também por Cury (2001) que ao estudar as concepções dos formadores de professores de Matemática observou que muitos deles são oriundos dos programas de Pós-Graduação em Álgebra ou Análise, e quando muito, desempenham funções docentes apenas nos cursos superiores de Licenciatura, nos cursos de Mestrados e de Doutorado em Matemática e, por isso, o entendimento deles sobre o conceito de “demonstração” é completamente diferente daquele que deve ter um professor de Matemática que atua na educação básica.

Apesar dos conceitos díspares sobre demonstração, quando e como ela deve ser utilizada no processo de ensino de Matemática, há um consenso sobre sua importância ao longo da história para o desenvolvimento desta ciência. Sobre isso, são importantes às considerações apresentadas por Davis e Hersh (1985) no livro “A Experiência Matemática”:

Diz-se que a primeira demonstração na história da matemática foi dada por Thales de Mileto (600 a. C.). Ele demonstrou que o diâmetro de um círculo o divide em duas partes iguais. Ora, isso é uma afirmação tão simples que parece evidente por si própria. A genialidade, neste caso, foi perceber que uma demonstração é possível e necessária. O que torna uma demonstração mais do que simples pedantismo são suas aplicações a situações onde as afirmativas são muito menos transparentes. Na opinião de alguns, o nome do jogo da matemática é demonstração; sem demonstrações, nada de matemática. Na opinião de outros, isso é bobagem; há muitos jogos na matemática. (p.178).

Para esses autores as demonstrações, no melhor dos casos, aumentam o entendimento, mostrando o que é essencial no assunto. Segundo eles o principiante que

² Estamos considerando o termo “Matemática Pura”, como a área de estudos da Matemática, especificamente voltada às pesquisas desenvolvidas no âmbito da própria Matemática. Nessa perspectiva, estamos usando o entendimento dessa área dado por Cury (2001).



estuda demonstrações se aproxima mais da criação de Matemática nova. Parece-nos pertinente o entendimento dado por Hanna (1995, p.48) sobre demonstração. Para ela deve-se diferenciar a demonstração para fins escolares da demonstração para os matemáticos profissionais ou lógicos. É a partir dessa estruturação que ela elabora três categorias de demonstrações: demonstração formal, demonstração aceitável e demonstração empregada para fins escolares. A primeira seria o conceito teórico da lógica formal e que poderia ser encarada como o ideal matemático de cuja prática apenas se aproxima; a segunda é o conceito aceitável para os matemáticos profissionais; a terceira é a composição de atividades que visam desenvolver junto aos alunos noções e conceitos.

Entendemos que essa última categoria apresentada por Hanna (1995) é a que melhor se aproxima da compreensão que se deve ter sobre “*demonstração*” para o ensino de Matemática da educação básica. É este entendimento que iremos utilizar na análise que desenvolveremos sobre o processo de demonstração, a partir das falas dos docentes e nos textos didáticos de Matemática no estudo das propriedades escolhidas.

3. A demonstração é necessária? Por quê?

Diante do que expusemos sobre a divergência de pensamentos quando o assunto é o processo de demonstração no ensino de Matemática da educação básica, seria temerário começar este tópico com o posicionamento definitivo sobre a necessidade do uso da demonstração na aula de Matemática. Entendemos ser essencial fazermos uma análise de alguns estudos já realizados e do que determinam os documentos oficiais que regulamentam as práticas docentes em nosso país.

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, **demonstrar**), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1997, p.39, grifo nosso)

Percebe-se na recomendação dos PCN que o processo de demonstração deve ser sim explorado nas séries finais do ensino fundamental. Porém, apesar das recomendações expostas nos PCN desde 1997, ainda não temos um corpo suficiente de estudos que dê um direcionamento com sugestões do processo de demonstração para o ensino de Matemática da educação básica.



No entanto, existem estudos que adentram essa discussão e que se configuram como ferramentas importantes para que os docentes de matemática possam tirar suas conclusões sobre essa problemática. Boero (1996) discute o processo mental subjacente à produção de afirmações e provas por alunos de 8ª série. Nessa pesquisa, o problema consistiu em verificar se a maioria dos alunos neste nível de escolaridade pode produzir teoremas (conjecturas e provas) se eles fossem colocados sob condições de implementar um processo com as seguintes características:

- durante a produção da conjectura, o estudante progressivamente trabalha sua hipótese por meio de uma atividade argumentativa intensa misturada funcionalmente com a justificação da plausibilidade de suas escolhas;
- durante o estágio seguinte da prova, o estudante organiza, por meio de relações construídas de maneira coerente, algumas justificativas (“argumentos”) produzidas durante a construção da afirmação de acordo com uma corrente lógica.

Os resultados do estudo de Boero (1996) mostraram que os alunos apresentam condições de fazer conjecturas e generalizações sobre propriedades matemáticas. De Villiers (2002) comenta que é costume no ensino da matemática fazer uma abordagem na qual as demonstrações aparecem como um recurso para eliminar as dúvidas. Mas ele alerta que a demonstração tem outras funções em matemática:

- i. Verificação: convencimento próprio e dos outros a respeito da veracidade de uma afirmação;
- ii. Explicação: compreensão do por que uma afirmação é verdadeira;
- iii. Descoberta: de novas teorias, conjecturas ou resultados a partir da tentativa de se demonstrar uma conjectura;
- iv. Comunicação: negociação do significado de objetos matemáticos;
- v. Desafio intelectual: satisfação pessoal pelo êxito na demonstração de um teorema;
- vi. Sistematização: organização de resultados num sistema dedutivo de axiomas, conceitos e teoremas.

Analisando as funções de uma demonstração apresentadas por De Villiers e tomando como categorias de demonstração àquelas definidas por Hanna (1995), podemos compreender que é plenamente possível sua exploração na educação básica. Pois, cremos ser essencial que o docente de Matemática faça com que os estudantes se convençam da veracidade das propriedades apresentadas. Esse



convencimento, para fins escolares, pode ser feito de várias formas, inclusive do modo formal abstrato desde que os alunos tenham maturidade para tal.

Diante desse contexto nos parece importante que os alunos desenvolvam atividades de demonstração nas aulas de Matemática desde as últimas séries do ensino fundamental para que, como referem os PCN, contatem com um dos “métodos fundamentais da matemática” e possam apreciar a “natureza” desta ciência.

Nessa mesma direção Veloso (1998) apresenta duas razões para a demonstração matemática estar presente na sala de aula: aprender a raciocinar e compreender a natureza da Matemática, considerando esta a mais importante. Ele reconhece que trabalhar a demonstração na aula de Matemática quer no contexto de realização de investigações, quer analisando certas demonstrações nos últimos anos do ensino médio, poderá contribuir para que os alunos aprendam a raciocinar, mas, não é indispensável.

Os alunos devem chegar ao secundário com uma experiência já considerável de atividades de investigação em matemática, durante a qual tiveram numerosas ocasiões para argumentar e demonstrar, e refletir com a ajuda do professor sobre essa experiência matemática. (VELOSO, 1998, p. 362).

Diante dos argumentos do autor entende-se que os alunos não precisam fazer demonstrações na aula de Matemática para criar estruturas básicas de raciocínio e desenvolvê-las. No entanto, não conseguirão interiorizar, compreender e apreciar a natureza da Matemática se a demonstração não estiver aí presente.

4. As demonstrações matemáticas: com a palavra os docentes

Quando pensamos em investigar como as propriedades (ou teoremas) matemáticas são justificadas pelos professores nas aulas de Matemática da educação básica, estávamos, em princípio, preocupados em saber se os mesmos davam ênfase aos processos de demonstração referentes aos conteúdos matemáticos ali apresentados. Porém, com o decorrer dos encontros, nos veio o desejo de examinar, além desse fator já destacado, o modo como as demonstrações eram exploradas pelos docentes. Ou seja, passamos a investigar como as demonstrações são exploradas fazendo uma ligação do modelo de demonstração com o nível de escolaridade em que ela está sendo trabalhada tentando identificar nos processos de demonstração as funções destacadas por De Villiers (2002).



Entendendo a necessidade de limitar o nosso objeto de investigação, definimos então as propriedades matemáticas que deveríamos investigar. A tabela 1 mostra as seis propriedades que foram objeto de investigação na fala dos docentes.

Tabela 1 – Conteúdos e propriedades matemáticas

Temáticas	Propriedade
Bissetrizes internas de um triângulo	Uma bissetriz interna de um triângulo divide o lado oposto em segmentos que são proporcionais aos lados adjacentes.
Teorema de Pitágoras	Em todo triângulo retângulo o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos
Ângulos internos de um Polígono	A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de lado n é igual ao produto de $(n-2)$ por 180°
Soma dos termos de uma Progressão Geométrica Finita	A soma dos termos de uma PG finita de razão q é dada por $\left(\frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}\right)$, onde n é o número de termos e a_1 é o primeiro termo.
Relação fundamental da Trigonometria	Para qualquer número real x , temos que: $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$
Área de um triângulo dados os seus vértices	Todo triângulo de vértices $A(x,y)$, $B(a,b)$ e $C(n,m)$ tem área dada por: $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ a & b & 1 \\ n & m & 1 \end{vmatrix}$

Para compreender o entendimento dos docentes sobre o processo de demonstração na educação básica elaboramos uma entrevista semiestruturada na qual buscávamos, entre outras questões, investigar a prática pedagógica do professor para verificar como este explora o processo de demonstração em suas aulas. Assim, a entrevista era composta (a priori) por seis perguntas.

Na primeira buscamos saber como o professor definia uma “*demonstração matemática*”. Com isso pensávamos em compreender em qual categoria elencada por Hanna (1995) o professor estava inserido, se pensava em demonstração como um processo formal, explorado com mais veemência no ensino superior ou, se entendia como um processo que podia ser explorado para fins escolares. Nesse aspecto nos chamou a atenção o fato de que a maioria dos docentes apresentou um entendimento de demonstração mais próximo de um processo formal que tem no rigor a característica principal.



Com a segunda questão – *como os alunos reagem ao processo de demonstração em sala de aula* - nosso objetivo era verificar se o professor explorava ou não a demonstração durante a aula de Matemática. E aí, nos veio o que já imaginávamos: oito dos dez docentes afirmaram que raramente exploravam as demonstrações em sala de aula, pois, segundo eles, os alunos não mostravam o menor interesse em compreender tais processos. Mas, os docentes que disseram explorar as demonstrações, enfatizaram que muitos alunos gostavam de compreender as demonstrações, pois, assim compreendiam o processo de construção do conhecimento matemático.

Em seguida apresentamos para os docentes a sequência metodológica exposta pela figura 1 e pedimos que dissessem se “aquilo” era uma demonstração, justificando sua resposta. Mais uma vez houve divergências de pensamentos, pois, para alguns docentes (04) a sequência não representava uma demonstração enquanto que para os outros com aqueles passos didáticos a propriedade estava bem demonstrada.

Na quarta indagação apresentamos para os docentes as seis propriedades do quadro 1 e perguntamos se eles lembravam de ter explorado os processos de demonstração dessas propriedades em suas aulas. Em caso de resposta afirmativa pedíamos para descreverem como faziam isso em sala de aula. Nesse aspecto destacamos o fato de que todos os docentes disseram ter demonstrado as propriedades referentes ao ensino fundamental, enquanto que apenas dois deles também afirmaram ter demonstrado as propriedades relativas aos conteúdos estudados no ensino médio. Sobre a forma como os docentes realizaram as demonstrações nos pareceu que o modelo formal e com forte vertente algébrica foi majoritário.

Em seguida pedimos aos docentes para apontassem quais as maiores dificuldades que vislumbravam e que traziam barreiras para a exploração dos processos de demonstração nas aulas de Matemática da educação básica. Entre outras questões mencionadas pelos professores, destacamos: a falta de tempo para planejamento das atividades; o pouco interesse dos estudantes pela aprendizagem matemática; a linguagem matemática complicada; a ausência nos livros didáticos das demonstrações.

Por fim, buscamos na sexta questão entender, de fato, o que os docentes pensavam sobre os processos de demonstração no nível da educação básica.



Pedimos que eles se colocassem na condição de pedagogo com a incumbência de direcionar as metodologias de ensino de matemática. Nessa situação, perguntamos: qual recomendação daria com relação às demonstrações para o Ensino Básico? As respostas a essa questão trouxeram implicitamente o que eles defendem sobre os processos de demonstração na educação básica. Percebemos que, apesar de muitos terem dito anteriormente que exploravam ou já teriam explorado às demonstrações durante as aulas, nesse item mostraram-se contrários ou, no mínimo, críticos ao fato de se valorizar às demonstrações na educação básica.

5. Considerações finais

Apesar da necessidade de aprofundamentos teóricos ficam evidentes algumas questões que, em nosso entendimento, devem ser consideradas como ponto de partida para investigações posteriores.

Destacamos, após as leituras realizadas, o embate teórico sobre a importância da demonstração para o ensino de Matemática em todos os níveis. Ficam evidentes as divergências entre muitos estudiosos, porém, deve-se dar ênfase para o processo de demonstração com fins escolares que, conforme fala Machado (2005) pode trazer ganhos significativos para o processo de ensino aprendizagem.

Os dados coletados e analisados indicam que os docentes de Matemática têm um entendimento de “demonstração” muito próximo das práticas docentes desenvolvidas nos cursos de Licenciatura e Bacharelado, que “pregam” a demonstração como o mais importante no conhecimento matemático. Talvez por isso, raramente realizam explorações com demonstrações nas suas práticas docentes.

Esses fatos nos mostraram a necessidade de discussões sobre o ensino de Matemática na educação básica, as práticas docentes, as metodologias utilizadas, as concepções dos docentes, entre outros. Pois, compreendemos que se fazendo uso de um entendimento baseado em Hanna (1995) e De Villiers (2002) poderemos utilizar os processos de demonstração nas aulas de Matemática, mesmo a partir das séries iniciais do ensino fundamental. Talvez assim, os estudantes passem a compreender significativamente a Matemática percebendo também a sua beleza, importância e harmonia.



Referências

BOAVIDA, A. M. **Um olhar sobre o ensino da demonstração em Matemática.** Lisboa: Revista Educação e Matemática, 2001, n. 63, p. 11-15..

BOERO, Paolo. et al. **Challenging the traditional school approach to theorems: a hypothesis about the cognitive unity of theorems.** In: International group for the psychology of mathematics education. 1996, n. 20.

BRASL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Brasília: MEC, 1999.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática** Brasília: MEC/SEF, 1998.

CURY, Helena N. **A formação dos formadores de professores de Matemática: quem somos, o que fazemos, o que podemos fazer.** In: CURY, Helena (org). Formação de professores de matemática, uma visão multifacetada. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

DAVIS, F. J. e HERSH, R. **A experiência matemática.** Tradução de João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: F. Alves, 1985.

DE VILLIERS, M. **Para uma compreensão dos diferentes papéis da demonstração no ensino em geometria dinâmica.** Actas do ProfMat 2002 (pp. 65–72). Lisboa: APM.

HANNA, G. **Challenges to the importance of proof.** For the learning of mathematics, 1995, n.15. p. 42-49.

MACHADO, S. **A demonstração matemática no 8º ano no contexto de utilização do Geometer's Sketchpad.** Tese de mestrado, Universidade de Lisboa, 2005.

PIETROPAOLO, R. C. **(Re) Significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores da educação básica.** Tese de Doutorado. PUC – São Paulo, 2005.

VELOSO, E. **Geometria: temas actuais.** Lisboa: IIE, 1998.