



ANÁLISE DA ABORDAGEM DE PROBLEMAS ALGÉBRICOS, TIPO TRANSFORMAÇÃO, EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

AUTORES

Cícero Pinheiro **dos Santos Junior**, UFPE, ciceropinheiro_mat@yahoo.com.br

Edna Matilde dos **Santos**, UFPE, ednamatilde1@hotmail.com.br

Pablo Charles de **Oliveira Melo**, UFPE, profpablo_charles@yahoo.com.br

Emersson Rodrigues de **Souza**, UFPE, emersson_rodrigues@yahoo.com.br

RESUMO

Diversas pesquisas têm demonstrado as dificuldades no processo de ensino aprendizagem, principalmente na educação matemática, onde o ato de decorar fórmulas e métodos de resoluções torna-se comum e usual. Assim, destacaremos as dificuldades apresentadas no estudo da álgebra, dando uma atenção especial as pesquisas que envolveram o tratamento e as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da álgebra e o que contém os livros didáticos sobre problemas de transformação. O artigo pretende analisar os problemas algébricos do tipo transformação em livros didáticos de matemática do 7º ano do Ensino Fundamental, para reforçar nossa análise utilizaremos a teoria dos registros de representação semiótica, de Raymond Duval (1995, 2000) e os problemas de natureza algébrica estudados por Marchand e Bednarz (1999).

Palavras chaves: Álgebra, Educação Matemática, Problemas Algébricos.

ABSTRACT

Several studies have demonstrated the difficulties in teaching and learning process, especially in mathematics education, where the act of decorating methods and formulas of resolutions becomes common and usual. Thus, we will



highlight the difficulties presented in the study of algebra, with particular attention to research involving the treatment and the difficulties in the teaching and learning of algebra and containing the textbooks on issues of transformation. The article analyzes the problems algebraic type transformation in mathematics textbooks 7th grade of elementary school, strengthen our analysis we use the theory of the registers of semiotic representation of Raymond Duval (1995, 2000) and the problems of nature algebraic studied and by Marchand Bednarz (1999).

Keywords: Algebra, Mathematics Education, Algebraic Problems

1 - A Álgebra e os erros na construção do seu conhecimento

A álgebra ensinada na escola média tem uma conotação muito diferente daquela ensinada em cursos superiores de matemática. Muito mais do que uma definição *stricto sensu*, nos parece importante discutir *concepções sobre a álgebra*.

A álgebra começa como a arte de manipular somas e potências de números. As regras para essas manipulações valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representem os números. Revela-se então que as mesmas regras valem para diferentes espécies de números [...] e que as regras inclusive se aplicam a coisas [...] que de maneira nenhuma são números. Um sistema algébrico, como veremos, consiste em um conjunto de elementos de qualquer tipo sobre os quais operam funções como a adição e a multiplicação, contanto apenas que essas operações satisfaçam certas regras básicas. (SAUNDERS MAC LANE e GARRET BIRKHOFF, 1954, p. 01).

Segundo o dicionário da Língua Portuguesa, encontramos a definição de álgebra como parte da matemática em que se estudam as leis e os processos formais de operações com entidades abstratas (HOLANDA, 2004, p.38).

Lins e Gimenez (1997) afirmam que a álgebra parece ser um domínio exclusivo da escola, e que, na matemática dos não-matemáticos, a álgebra é, antes de tudo, um conjunto de afirmações genéricas sobre quantidades para as quais se produziria significado com base no dinheiro.

Segundo Garcia (1997), a álgebra revoluciona por ser uma ferramenta a serviço da resolução de problemas e ser um objeto matemático em si, um ramo autônomo da matemática, de que todas as disciplinas científicas se nutrem para



estabelecer melhores e mais cômodas vias de comunicação entre elas e com o exterior.

Para Souza e Diniz (1996), a álgebra é a linguagem da matemática utilizada para expressar fatos genéricos. Como toda linguagem, a álgebra possui seus símbolos e suas regras. Estes símbolos são as letras e os sinais da aritmética; enquanto as regras são as mesmas regras da aritmética, que nos permitem manipular os símbolos assegurando o que é permitido e o que não é.

Lesley Lee (1996) propõe que a álgebra é uma *mini-cultura* na *cultura* da matemática. E, assim, há concepções e perspectivas específicas acerca desse saber que precisam ser compreendidas para que possamos ter uma noção da dimensão e do potencial da álgebra, sobretudo focalizando o seu ensino, que é o nosso elemento central de interesse.

Entretanto, tais concepções e perspectivas nos ajudam a refletir sobre a natureza do saber algébrico, mas não esgotam todas as questões que podem ser propostas quando se pergunta: *O que é álgebra?* Tanto a matemática quanto a educação matemática têm buscado, exaustivamente, abrir caminhos para essa reflexão.

Usiskin (1995), por exemplo, aponta a existência de quatro concepções básicas acerca da álgebra, todas elas ligadas, sobretudo, ao papel atribuído às variáveis:

A primeira concepção diz respeito à *álgebra como aritmética generalizada*. Nesse sentido, o que diferencia a aritmética da álgebra, é que, nesta última, além de se operar com números, opera-se também com letras. É a introdução de letras que caracteriza, então, a entrada no domínio algébrico. A álgebra é entendida, assim, como a *matemática das letras*. As operações a serem realizadas são as mesmas efetuadas em aritmética. Desta forma, as letras devem ser tratadas como números, no caso, números desconhecidos: incógnitas e variáveis. “É interessante refletir que essa concepção se aproxima do desenvolvimento inicial da álgebra, historicamente: uma álgebra ainda vinculada ao um domínio mais concreto”, ainda ligado à aritmética.

Uma segunda concepção é a de *álgebra como ferramenta de resolução de problemas*. O procedimento algébrico de resolução é potente, no sentido de nos permitir resolver problemas que não seriam possíveis de serem resolvidos no



domínio da aritmética, ou que sua resolução aritmética seria longa e enfadonha, baseada, quase sempre, no mecanismo de *tentativas e erros*. A lógica inerente ao algoritmo de resolução de um problema algébrico faz com que o indivíduo possa gerar uma equação, manipular os dados do problema, seguindo uma ordem hierárquica de ação, até encontrar a sua resolução.

A álgebra também pode ser concebida como *a expressão de relações entre grandezas*. Usiskin toma como exemplo a fórmula $a = b.h$, ressaltando que nessa expressão temos a relação entre três grandezas: **a**, **b** e **h**. Para descobrir o valor desconhecido de uma dessas grandezas, isso dependerá, necessariamente, do valor das outras duas.

A álgebra é caracterizada como um conjunto de procedimentos matemáticos que nos permite representar e resolver problemas através dos quais somente com os conceitos aritméticos não conseguiríamos resolver (DA ROCHA FALCÃO, 1993). Os conteúdos da Álgebra se diferenciam dos aritméticos por possibilitar que procedimentos e relações sejam expressos de forma simplificada e geral através de “regras de procedimento” que têm por foco inicial estabelecer, expressar e manipular o próprio contexto (BOOTH, 1995).

Essa diferença entre a aplicação de conceitos aritméticos e algébricos dificulta a aprendizagem da álgebra, pois muitas vezes os alunos utilizam conhecimentos aritméticos para dar significado a conceitos algébricos. Além disso, há a falta de referenciais que dêem sentido aos símbolos matemáticos no campo da álgebra. Booth (1995) investigou os erros conceituais cometidos por alunos de 13 a 16 anos que já tinham alguma experiência em álgebra. Através desse estudo, verificou que os erros em problemas algébricos são semelhantes em quase todas as idades e constatou que essas crianças não sabem criar expressões formando respostas com símbolos matemáticos, pois não encontram um significado em respostas com letras.

Em busca de superar certas dificuldades, algumas pesquisas apontam que os alunos procuram formas diferentes de resolução de problemas algébricos. Lessa (1996), investigou o pensamento algébrico em 40 alunos na faixa etária de 11 e 12 anos. A autora analisou os tipos de procedimentos que os alunos utilizaram durante a resolução de problemas e de equações. Os procedimentos foram classificados em três tipos: aritmético, intermediário e algébrico. No **aritmético**, os alunos utilizavam



operações aritméticas ou atribuíam valor às incógnitas para uma posterior verificação. No procedimento **intermediário**, os alunos representam os problemas e as equações algebricamente, mas não a resolviam em função dessa representação e sim, usando contas aritméticas e atribuindo valor às incógnitas. Por último, no **algébrico**, os alunos faziam a manipulação algébrica e utilizavam regras formais ensinadas na escola. O trabalho de Lessa ajuda a caracterizar o pensamento do aluno. No entanto, não pode se restringir o pensamento algébrico somente ao uso de equações, nem o aritmético ao uso de operações. A atividade algébrica incorpora diversas formas de resolução e pode surgir até mesmo antes dos alunos terem o domínio de regras formais (LINS e GIMENEZ, 1997). Além disso, é importante investigar quais os erros cometidos pelos alunos ao resolver os mesmo tipos de problemas propostos por Lessa (1996).

Segundo Brousseau (1988), os erros não são simples ausências de conhecimento: expressam conhecimentos mal formados que depois se tornam resistentes.

A compreensão dos erros dos alunos e as justificativas que se apresentam de seus procedimentos na resolução de equações, podem trazer subsídios para pensar alternativas de ensino sobre equações.

A discussão já existe, o que precisamos fazer, enquanto professores e pesquisadores, é identificar onde está o problema e propor mudanças efetivas para melhorar aquilo que está posto.

Partindo do pressuposto de que erro é parte inerente ao processo de construção dos conhecimentos, e de que a sua compreensão causa significativas mudanças no processo de ensino-aprendizagem, tanto para os professores como para os alunos, compreender o erro significa poder melhorar a comunicação com seus alunos, entendê-los, e poder avaliar e planejar suas ações de modo a problematizar os erros.

2. Alguns Estudos Inerentes ao Ensino Aprendizagem da Álgebra

A álgebra é caracterizada como um conjunto de procedimentos matemáticos que nos permite representar e resolver problemas através dos quais somente com os conceitos aritméticos não conseguiríamos resolver (DA ROCHA FALCÃO, 1993).



Os conteúdos da álgebra se diferenciam dos aritméticos por possibilitar que procedimentos e relações sejam expressos de forma simplificada e geral através de “regras de procedimento” que têm por foco inicial estabelecer, expressar e manipular o próprio contexto (BOOTH, 1995).

Uma das visões da álgebra é a de “aritmética generalizada”, pelo caráter que os símbolos operatórios assumem na resolução de equações. Enquanto na aritmética um símbolo de adição indica a soma entre as parcelas, na álgebra esse símbolo não indica necessariamente que esse processo (adição) será imediatamente efetuado. Outro exemplo é o símbolo de igualdade. Na aritmética, ele significa o resultado de uma operação e na álgebra, uma relação de equivalência entre dois membros da equação. Podemos perceber que a aritmética e a álgebra podem lidar com problemas semelhantes, no entanto, utilizam procedimentos e instrumentos conceituais diferentes.

Essa diferença entre a aplicação de conceitos aritméticos e algébricos dificulta a aprendizagem da álgebra, pois muitas vezes os alunos utilizam conhecimentos aritméticos para dar significado a conceitos algébricos. Além disso, há a falta de referenciais que dêem sentido aos símbolos matemáticos no campo da álgebra.

Diversas pesquisas têm mostrado as dificuldades dos alunos para a aprendizagem da álgebra. Alguns pesquisadores estudaram dificuldades a partir do ponto de vista epistemológico (CHEVALLARD, 1992 e KIERAN, 1992). Eles colocaram em evidência a existência de uma ruptura entre o raciocínio em Aritmética e em Álgebra. Talvez uma das maiores dificuldades seja o que Duval (2003) chama de *conversão*, que é a tradução de um enunciado para o registro em outra representação. Habilidade considerada fundamental para resolução problemas algébricos.

André (2007) investigou como alunos de sétima série do ensino fundamental da rede pública de ensino realizam o processo de transição da linguagem natural para a linguagem algébrica em situações associadas às equações de primeiro grau. Em seu estudo os sujeitos da pesquisa revelaram muitas dificuldades na conversão entre os registros de representação empregados. Os resultados apontaram também que questões aparentemente parecidas produzem respostas bem diferentes por um mesmo sujeito.



Os resultados obtidos em avaliações de larga escala têm demonstrado a grande dificuldade dos alunos da escola básica no trabalho com álgebra; pode-se perceber que, nos itens referentes à álgebra nesses instrumentos, raramente os alunos atingem o índice de 40% de acertos. Lins e Gimenez (2005) consideram que o fracasso em álgebra significa um fracasso absoluto na escola, e que um dos principais obstáculos a esse aprendizado é que “a álgebra escolar representa o que eles chamam de “momento de seleção”, na educação escolar. Segundo esses autores, existe uma grande dificuldade em perceber a existência de uma ruptura epistemológica, nessa passagem do raciocínio aritmético para o algébrico, o que exige uma transição para a introdução de uma nova linguagem e forma de raciocínio lógico-matemático.

3 - Tipos de problemas de estrutura algébrica

Os problemas de natureza algébrica foram estudados por Marchand e Bednarz (1999), classificando-os em três categorias:

Problemas de transformação: se caracterizam pelas transformações que os valores sofrem. Nesse caso, tanto os valores iniciais como os valores finais são desconhecidos. Este tipo de problema diz respeito às transformações sofridas, sejam de ordem aditiva ou multiplicativa.

Exemplo de problema de transformação:

Maria tem o dobro da idade de Lúcia. Se Maria tivesse oito anos a menos e Lúcia quatro anos a mais, teriam a mesma idade. Qual a idade de Lúcia?

Problemas de taxa: são os que possuem a característica de apresentar relações de grandezas não homogêneas, sendo preciso estabelecer uma relação entre as grandezas não homogêneas.

Exemplo de problema de Taxa:

Sejam duas cidades A e B. Um homem viaja de automóvel a uma velocidade média de 100 km/h na ida. Ele volta pela mesma estrada a uma velocidade média de 80 km/h. Se ele faz toda viagem de ida e volta entre A e B em 5 horas, qual a distância entre essas duas cidades?



Problemas de partilha: possui a característica de apresentar um valor total conhecido que será repartidas em partes desiguais e desconhecidas.

Nestes tipos de problemas podem ser classificadas também as variáveis ligadas às relações envolvidas entre as partes, na qual podem modificar os procedimentos e as estratégias utilizadas para resolução, que são: *o número, a natureza e o encadeamento*.

Exemplo de problema de partilha:

Emerson, Rachel e Cláudio têm, juntos, 160 livros. Rachel tem 25 livros a menos que Emerson e 15 livros a menos que Cláudio. Quantos livros tem cada um deles?

4 - Método

Nesta pesquisa empregamos a metodologia científica embasada nos procedimentos de uma pesquisa documental, uma vez que, a pesquisa e análise documental em educação têm uma contribuição significativa na abordagem de dados qualitativos e quantitativos.

Neste estudo realizamos a *Análise* de duas Coleções de Livros didáticos de matemática do PNLD 2011. Escolhemos os livros do 7º ano pelo fato de ser nesta série que se inicia o estudo de problemas algébricos, com o estudo das equações de 1º grau com uma incógnita.

Realizamos nosso estudo com foco na classificação de problemas algébricos de Marchand e Bednarz (1999), focando os problemas do *tipo transformação*.

A análise realizada é dos tipos: *quantitativa e qualitativa*. Quantitativa, pois quantificamos nas duas coleções a frequência de problemas algébricos, tipo transformação, comparando a frequência destes em relação aos outros tipos de problemas de estrutura algébrica e também em relação ao total de problemas algébricos abordados em cada capítulo. E Qualitativa, pois além da frequência, verificamos também se os problemas abordados apresentam apenas linguagem matemática ou se também apresentam contexto social como forma para facilitar a aprendizagem dos alunos.

Escolhemos aleatoriamente duas coleções de matemática listadas no PNLD



2011, sem seguir nenhum critério para escolha.

As coleções analisadas foram:

1. **Coleção de Bianchini (Editora Moderna)**
2. **Coleção de Dante (Editora Ática)**

5- Resultados

Livro didático: Matemática de Edwaldo Bianchini, Editora Moderna.

O livro didático analisado apresenta no Capítulo 3, o conteúdo Equações de 1º grau com uma incógnita. Este capítulo representa o início do estudo da álgebra por parte dos alunos do 7º ano do ensino Fundamental, e trabalha no campo numérico dos naturais, dos inteiros e dos racionais.

Neste capítulo o autor apresenta uma série de 275 atividades sendo que 138 envolvem o conceito de equações, expressões algébricas, valor numérico e conceito de equações equivalentes. E os outros 137 tratam da resolução de equações, com determinação e apresentação do conjunto solução.

Estas atividades são distribuídas entre exercícios propostos, desafios (intitulados no livro de Pense mais um pouco) e exercícios complementares.

Verificamos ainda que das atividades apresentadas no livro sobre resolução de equações, 54,7% tratam de problemas algébricos tipo *transformação*. Nosso foco de estudo neste trabalho! Sendo os outros 45,3% atividades que tratam dos outros tipos de problemas algébricos de *taxa* ou de *partilha*. Problemas estes que não irão ser detalhados neste trabalho!

Detalharemos agora análise dos problemas algébricos tipo transformação, abordados no livro acima citado.

Dentro destes 54,7% das atividades que tratam de problemas algébricos tipo transformação, analisamos as formas de apresentação que são abordados no livro. Observemos o seguinte gráfico:

Tabela 1 – Contexto Matemático

Contexto Matemático	Total	Porcentagem
Representação Simbólica	23	59,10%
Língua Materna	08	20,00%
Social	09	29,30%



Notamos que a maior ênfase é dada para os problemas de *contexto matemático de representação simbólica*, com 59,10% das atividades deste tipo de problemas. Atividades estas em que os alunos só precisam expressar o domínio das transformações de resolução sejam de ordens aditivas e/ou multiplicativas. Não necessitando fazer transformação de representações antes da resolução.

Apenas 20% das atividades apresentam *contexto matemático em linguagem materna*, nos quais exige que os alunos antes de resolver e aplicar as transformações de resolução saiba também fazer a transformação de representação.

E 29,3% das atividades analisadas sobre problemas algébricos tipo transformação, apresentam contexto social como aplicação do conceito de equação e em todos os casos em linguagem materna.

Acreditamos que nestes casos a compreensão por parte dos alunos é facilitada pois os mesmos podem trabalhar com o conteúdo representado em elementos de seu dia-a-dia, de seu convívio.

Para estes tipos de apresentação dos problemas os alunos relacionam o conteúdo estudado na escola com sua realidade diária, que a nosso ver facilita a aprendizagem do mesmo mediante sua aplicabilidade.

Para a resolução destes os alunos necessitam, além de estabelecer relação com seu próprio contexto social, devem ainda dominar a transformação de representação, da (linguagem materna para a linguagem simbólica) antes da resolução, e devem ter o domínio das aplicações de transformações de resolução de ordens aditivas e/ou multiplicativas.

Livro didático: Tudo é Matemática de Dante, Editora Ática.

O livro didático analisado apresenta no Capítulo 5, o conteúdo Equações de 1º grau com uma incógnita, dando seqüência o Capítulo 6 que trata das equações do 1º grau com duas incógnitas. O capítulo 5 apresenta o início do estudo da álgebra por parte dos alunos do 7º ano do ensino Fundamental, e trabalha no campo numérico dos naturais, dos inteiros e dos racionais.

Neste livro o autor apresenta uma série de 140 atividades que envolvem o conceito de equações, expressões algébricas, valor numérico e conceito de equações equivalentes. Destes, apenas 32 envolvem problemas de transformação,



sendo apenas 5 problemas que se apresentam de forma completa, ou seja, relação completa entre o valor inicial e o valor final.

Estas atividades são distribuídas entre exercícios propostos, desafios (intitulados no livro apenas de Atividades) e revisão cumulativa.

Vejamos exemplos dos problemas apresentados:

PENSAR

Resolva esta situação:
A idade de um pai é o quádruplo da idade de seu filho. Dentro de 5 anos, a idade do pai será o triplo da do filho. Qual é a idade atual de cada um? Filho: 10 anos; pai: 40 anos.

Com números
Idade: 11 anos
29
33
11

Com letras
 $x - 1$
 $2(x - 1)$
 $2(x - 1) + x$
 $2(x - 1) + x + 2$
 $2(x - 1) + x + 2$

Presente Futuro
Pai: $4x$ $4x + 5$
Filho: x $x + 5$
Equação: $4x + 5 = 3(x + 5) \Rightarrow x = 10 \Rightarrow 4x = 4 \cdot 10 = 40$

Divertir-se
ADIVINHANDO A IDADE DO SEU AMIGO

Peça a um amigo que:
■ pense na idade que tem;
■ subtraia 1 desse número;

■ dobre a diferença obtida;
■ some a idade dele ao produto.

Depois, peça a ele que diga a soma obtida, e você adivinhará a idade dele. Basta somar 2 ao resultado fornecido e, em seguida, dividir tudo por 3.

Figura 1 – (DANTE 2010 p. 137)

Verificamos ainda que das atividades apresentadas no livro sobre resolução de equações, 22,85% tratam de problemas algébricos tipo *transformação*. Nosso foco de estudo neste trabalho. Sendo os outros 77,15% atividades que tratam dos outros tipos de problemas algébricos de *taxa*, de *partilha* ou *falsos problemas*.

Detalharemos agora análise dos problemas algébricos tipo transformação, abordados no livro acima citado.

Dentro destes 22,85% das atividades que tratam de problemas algébricos tipo transformação, analisamos as formas de apresentação que são abordados no livro.

Observemos a seguinte tabela:

Tabela 2 – Contexto Matemático

Contexto Matemático	Total	Porcentagem
Representação Simbólica	24	75,00%
Língua Materna	06	18,75%
Social	02	6,25%

Notamos que a maior ênfase é dada para os problemas de *contexto matemático de representação simbólica*, com 75% das atividades deste tipo de problemas. Atividades estas em que os alunos só precisam expressar o domínio das transformações de resolução sejam de ordens aditivas e/ou multiplicativas. Não necessitando fazer transformação de representações antes da resolução.



Apenas 18,75% das atividades apresentam *contexto matemático em linguagem materna*, nos quais exige que os alunos antes de resolver e aplicar as transformações de resolução saiba também fazer a transformação de representação.

E 6,25% das atividades analisadas sobre problemas algébricos tipo transformação, apresentam contexto social como aplicação do conceito de equação e em todos os casos em linguagem materna.

Acreditamos que nestes casos a compreensão por parte dos alunos é facilitada pois os mesmos podem trabalhar com o conteúdo representado em elementos de seu dia-a-dia, de seu convívio.

Para estes tipos de apresentação dos problemas os alunos relacionam o conteúdo estudado na escola com sua realidade diária, que a nosso ver facilita a aprendizagem do mesmo mediante sua aplicabilidade.

Para a resolução destes os alunos necessitam, além de estabelecer relação com seu próprio contexto social, devem ainda dominar a transformação de representação, da (linguagem materna para a linguagem simbólica) antes da resolução, e devem ter o domínio das aplicações de transformações de resolução de ordens aditivas e/ou multiplicativas.

Quanto aos tipos de contextos sociais trazidos no livro 2, percebemos que praticamente não foi trabalhado, uma vez que, apresentava apenas dois problemas de transformação com contexto Social Idade.

6 – Considerações Finais

O objetivo do trabalho foi analisar de que maneira os problemas algébricos do tipo transformação, aparecem em dois livros didáticos de matemática do 7º ano do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD 2011. Assim, verificamos um número pouco significativo de problemas completos do tipo transformação, bem como um número muito baixo da utilização da linguagem materna utilizando o contexto social.

Em nossa visão, seria interessante que os livros didáticos trouxessem mais exercícios que pudessem exigir conversões de registros, valorizando as questões que envolvem contexto social, pois de acordo com Duval nas atividades matemáticas as conversões de registros são praticamente ignoradas.



Percebemos nos livros analisados o predomínio de registro numérico e registro simbólico-algébrico, sendo outros tipos de registros menos explorados. As poucas possibilidades apresentadas nos livros didáticos de matemática analisados, pode levar o aluno a uma visão fragmentada do conhecimento.

7 - Referências

ANDRÉ, Regina. Investigando a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica: o equacionamento de enunciados de problemas à luz dos registros de representação semiótica. Dissertação de Mestrado – UFPE, 2007.

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática. 7º ano, 6. Ed. São Paulo: Moderna. 2006.

BROSSEAU, G. Représentation et didactique de sens de la division. **Actes du colloque de Sérvres. Recherches em Didactique des Mathématiques.** Grenoble (1998).

COXFORD, Artur F e SHULTE, Albert P. **As idéias da Álgebra.** São Paulo: Atual, 2004.

DA ROCHA FALCÃO, J. T. A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas. In Schillieman, A.D, Carraher, D.W., Spinillo, A.G., Meira, L.L, & Da Rocha Falcão, J.T. (orgs.). **Estudos em Psicologia da Educação Matemática.** Recife: Ed. Universitária da UFPE; 1993.

HOLANDA, Ferreira, Aurélio Buarque. **Mini-aurélio: O Minidicionário da Língua Portuguesa.** Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 2004.

LESSA, M. M. L. **Balança de dois pratos e problemas verbais como ambientes didáticos para iniciação à álgebra: um estudo comparativo.** Dissertação de Mestrado. UFPE. Recife, 1996.

LINS, Rômulo Campos e GIMENES, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e álgebra para o Século XXI.** Campinas, SP: Papyrus, 1997.

MAC LANE e GARRET BIRKHOFF, **Álgebra Moderna,** Editora Teide, Barcelona, 1954.

MARCHAND, P. & BEDNARZ, N. L'enseignement de l'algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves. In: **Bulletin AMQ,** Vol. XXXIX, N°4. Québec: AMQ, 1999.

ROSS, Alan O. **Aspectos Psicológicos dos Distúrbios da Aprendizagem,** Editora Mcgraw Hill – 1979.



3º SIPEMAT

SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



SOUZA, Eliane Reane e DINIZ, Maria Ignes de S. Vieira. **Álgebra: das variáveis às equações e funções**. São Paulo: IME-USP, 1996.

USISKIN, Zalman. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Artur F e SHULTE, Albert P. **As idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 2004.