



## AS DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS FORMAIS NO CONTEXTO DA PRÁTICA DOCENTE: A VISÃO DO PROFESSOR

Francisca Cláudia Fernandes **Fontenele**, UFC, claudia@multimeios.ufc.br

Francisco Régis Vieira **Alves**, IFCE, fregis@ifce.edu.br

Hermínio **Borges Neto**, UFC, herminio@multimeios.ufc.br

### RESUMO

Este estudo traz uma investigação acerca da visão do professor de Matemática do Ensino Médio sobre as definições formais e o reflexo dessa visão na mediação de sala de aula. Tem como quadro teórico a Conceituação, a Manipulação e a Aplicação (LIMA, 1999), a *Sequência Fedathi* (BORGES NETO, 2001) e a importância das definições descritas por Alves e Borges Neto (2012). Os resultados apontaram distanciamento entre o que é proposto por Lima e pela *Sequência Fedathi*, revelando que a forma como as definições são abordadas propiciam o emprego de estratégias de memorização do conteúdo estudado.

**Palavras chaves:** ensino de matemática, definições formais, Sequência Fedathi.

### ABSTRACT

This study presents an investigation about the vision of the mathematics teacher of high school on formal definitions and the reflection of this vision in the mediation of the classroom. Its theoretical framework of the Concept, Handling and Application (LIMA, 1999), the Sequence Fedathi (Borges Neto, 2001) and the importance of the definitions described by Borges Neto and Alves (2012). The results showed gap between what is proposed by Lima and Fedathi Sequence, revealing how the settings are addressed provide employment strategies for memorizing the content studied.

**Keywords:** teaching of mathematics, formal definitions, Fedathi Sequence.

### 1 Introdução

Neste trabalho exploramos, do ponto de vista do ensino, o papel e a importância dos conceitos e definições no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, uma vez que as definições formais desempenham um papel singular que permite a identificação de objetos matemáticos, sem o risco de serem confundidos com outros (DUVAL, 1995).

No contexto do ensino, as definições não podem ser desconsideradas, já que o aprendizado está intimamente associado à compreensão do significado dos conceitos e definições. De acordo com Alves e Borges Neto (2012) “[...] o professor



de Matemática deve ser consciente sobre a natureza de uma definição formal e de que modo sua natureza condiciona/determina sua mediação”.

No entanto, o que se observa no ensino de matemática é a predominância da memorização em detrimento da compreensão, gerada principalmente pela ênfase que se dá em sala de aula à manipulação de algoritmos, fórmulas, equações, etc.

Assim, buscamos compreender as concepções dos professores acerca dessa temática, numa tentativa de identificar se a forma como as definições são tratadas no momento da exploração de um conteúdo se reflete no aprendizado dos estudantes. E, se as concepções do professor acerca das definições, direta ou indiretamente, influenciam na forma como este conduz suas aulas.

Para tanto, realizamos um estudo de caso que buscou entender “como” são realizadas as abordagens conceituais em sala de aula e “por que” são assim realizadas. Segundo Ponte (2006), o estudo de caso constitui um tipo de investigação que cada vez mais ganha espaço na pesquisa em educação matemática, e é caracterizada como tendo um forte cunho descritivo e por possuir também um profundo alcance analítico que ajuda a gerar novas teorias e questões para futuras pesquisas.

Dessa forma, essa pesquisa tem como embasamento teórico as concepções de Lima (1999), a partir das quais o autor defende que, para a ocorrência de uma aprendizagem significativa dos conteúdos de matemática é necessário que o ensino contemple três componentes fundamentais, aos quais chamou *Conceituação*, *Manipulação* e *Aplicação*.

Finalmente, por considerarmos que o processo de ensino requer uma boa metodologia, incluímos em nosso referencial a metodologia de ensino *Sequência Fedathi* (BORGES NETO, 2001), com objetivo de relacionar as definições às fases dessa proposta metodológica e, assim, melhor compreender o quanto as definições são deveras importantes no momento da transposição do saber.

## **2 As componentes fundamentais do Ensino de Matemática**

Segundo o matemático Elon Lages Lima, para que ocorra uma aprendizagem significativa dos conteúdos de matemática é necessário que o ensino contemple três componentes fundamentais, aos quais chamou *Conceituação*, *Manipulação* e *Aplicação*. Estes “devem ser pensados como um tripé de sustentação: os três são



suficientes para assegurar a harmonia do curso e cada um deles é necessário para o seu bom êxito”. (LIMA,1999, p.1-2)

Essas componentes abordam a Matemática desde os princípios primitivos até seu emprego nas situações cotidianas e em outras áreas do conhecimento, induzindo o estudante a compreender o papel e a importância da Matemática na sociedade. Para melhor entendermos a função e relevância desse equilíbrio, descreveremos a seguir cada componente, com base em Lima (1999):

- **Conceituação:** é a componente que trata das definições em sua essência, ou seja, parte da elaboração das definições matemáticas formais até a própria reformulação de ideias sob diferentes formas e termos. Segundo Lima:

A conceituação compreende a formulação correta e objetiva das definições matemáticas, o enunciado preciso das proposições, a prática do raciocínio dedutivo, a nítida conscientização de que conclusões sempre são provenientes de hipóteses que se admitem, a distinção entre uma afirmação e sua recíproca, o estabelecimento de conexões entre conceitos diversos, bem como a interpretação e a reformulação de ideias e fatos sob diferentes formas e termos. É importante ter em mente e destacar que a conceituação é indispensável para o bom resultado das aplicações. (LIMA, 1999, p.2)

Assim sendo, a conceituação desempenha um papel fundamental na compreensão dos conteúdos matemáticos, e é a partir desta que é possível estabelecer as conexões entre conceitos diversos, necessários à aplicação satisfatória dos conteúdos. Compreender os conceitos e definições matemáticas possibilita o desenvolvimento da habilidade de pensar abstratamente.

- **Manipulação:** é caracterizada como sendo a componente que está atrelada ao manuseio de fórmulas e equações. Lima a descreve da seguinte forma:

A manipulação de caráter principalmente (mas não exclusivamente) algébrico, está para o ensino e o aprendizado da Matemática, assim como a prática dos exercícios e escalas musicais está para a música.[...] A habilidade e a destreza no manuseio de equações, fórmulas e construções geométricas elementares, o desenvolvimento de atitudes mentais automáticas, verdadeiros reflexos condicionados, permitem ao usuário da Matemática concentrar sua atenção consciente nos pontos realmente cruciais, poupando-o da perda de tempo e energia com detalhes secundários. (LIMA, 1999, p. 2)

A citação relata o quanto a manipulação é importante no ensino e aprendizado da Matemática, pois propicia o desenvolvimento do raciocínio lógico e a capacidade



de concentração do estudante, essenciais para se obter êxito ao lidar com operações algébricas, fórmulas e construções geométricas.

Assim, podemos dizer que a manipulação relaciona-se com as definições ao fazer uso de símbolos que representam os objetos matemáticos, cujos significados são estabelecidos pelas definições.

Convém destacar que, de acordo com Lima (1999), dentre essas componentes, é a *manipulação* que ocorre com maior frequência nos livros didáticos. O autor adverte sobre algumas consequências dessa forte presença, que além de criar “mitos” em relação à própria Matemática, priva o aluno da oportunidade de exercitar, por exemplo, sua capacidade criativa e o pensar abstrato.

A presença da manipulação é tão marcante em nosso ensino que, para o público em geral (e até mesmo para muitos professores e alunos), é como se a matemática se resumisse a ela. Isso tem bastante a ver com o fato de que o manuseio eficiente de expressões numéricas e símbolos algébricos impõe a formação de hábitos mentais de atenção, ordem e exatidão, porém não exige criatividade, imaginação ou capacidade de raciocinar abstratamente. (LIMA, 1999, p. 4)

Dessa forma, antes de pensar num aprofundamento algorítmico de determinado conteúdo, o professor deve estabelecer formas de construir e entender os conceitos envolvidos, pois uma vez garantido o aprendizado conceitual e exercitada a manipulação, a utilização desses conceitos na aplicação dos conteúdos passa a ser um processo natural.

- **Aplicação:** é entendida como a utilização prática dos conceitos matemáticos no dia a dia ou em diferentes áreas do conhecimento. Daí o motivo da conceituação estar tão associada ao bom êxito das aplicações. Lima descreve as aplicações da seguinte forma:

Aplicações são empregos das noções e teorias da Matemática para obter resultados, conclusões e previsões em situações que vão desde problemas triviais do dia a dia a questões mais sutis que surgem noutras áreas, quer científicas, quer tecnológicas, quer mesmo sociais. As aplicações constituem a principal razão pela qual o ensino da Matemática é tão difundido e necessário, desde os primórdios da civilização até os dias de hoje e certamente cada vez mais no futuro. (LIMA, 1999, p.2)

Assim, podemos perceber que cada componente está associado ao outro, contribuindo significativamente para a compreensão da matemática. Isolados tais componentes se tornam incapazes de promover uma aprendizagem satisfatória.



As definições estão presentes em todas as componentes, seja explícita diretamente na conceituação, seja pelo significado atribuído ao emprego dos símbolos e fórmulas na manipulação, e ainda na aplicação dos conteúdos. Assim, “uma definição matemática cria um significado matemático” (POLYA, 1973 apud Alves & Borges Neto, 2012).

Mas aliado a essas componentes, não podemos deixar de destacar que o sucesso do aprendizado de matemática depende também de um ponto importantíssimo em qualquer atividade que vise o “ensinar”. Qualquer prática de ensino requer uma metodologia adequada com etapas previamente estudadas que buscam desenvolver o ensino com maior qualidade e motivação. A seguir discutiremos resumidamente sobre o que é a metodologia de ensino *Sequência Fedathi*.

### 3 A Sequência Fedathi

A *Sequência Fedathi*, desenvolvida por Borges Neto (2001), é uma metodologia de ensino que se apoia na resolução de problemas como forma de mediar o processo de construção do raciocínio e, assim, proporcionar ao estudante a liberdade de pensar autonomamente. Assim, a ideia principal é fazer o estudante agir como um matemático que constrói seu conhecimento em meios a tentativas, erros e acertos.

Dessa forma, de acordo com Jucá (2011), durante aplicação da *Sequência Fedathi*, o professor não pode desprezar “o resgate da investigação matemática, a valorização do erro, o trabalho com contra-exemplos, a criação de modelos matemáticos que generalizem as situações trabalhadas”.

A *Sequência Fedathi* compreende quatro etapas, sendo elas: *Tomada de Posição, Solução, Maturação e Prova*. A seguir descrevemos cada etapa:

- 1) **Tomada de posição:** é o momento da apresentação da atividade, no qual o professor, através de questionamentos motiva a turma para buscar uma solução ao problema proposto. Há reflexão e estímulo à investigação.
- 2) **Maturação:** corresponde à fase de identificação das variáveis envolvidas no problema, na qual a postura do professor é apenas de observador das ações da turma, devendo estar sempre atento para decidir como e quando intervir no processo, caso haja necessidade. O estudante experimenta a liberdade de



pensar, raciocinar, levantar hipóteses, discutir e analisar com os colegas as saídas para a solução do problema.

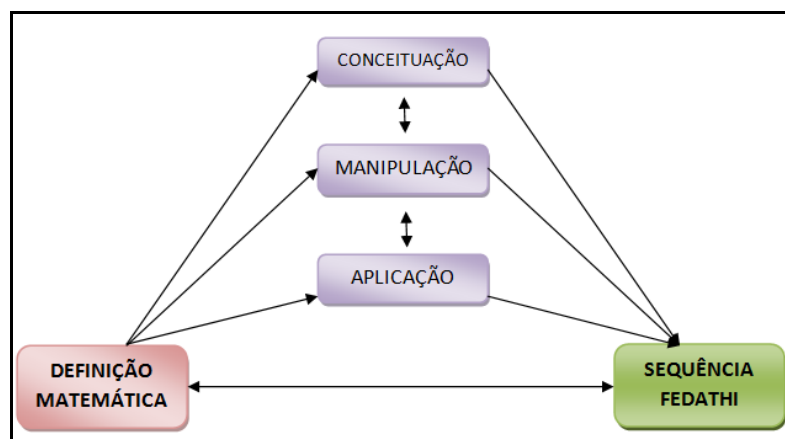
- 3) **Solução:** consiste na organização e sistematização de esquemas que visem a solução do problema. Nesse momento o professor atua como mediador auxiliando os estudantes nas decisões de escolha da solução mais adequada, em que a partir da apresentação de contra exemplos as soluções inadequadas deverão ser refutadas. (JUCÁ, 2011)
- 4) **Prova:** é o momento em que os estudantes apresentam suas soluções e o professor as sistematiza e formaliza na linguagem matemática, chegando à resposta do problema. Há revisão das principais ideias através de discussão entre professor e estudantes.

Diante dessas fases, nos perguntamos em que momento os estudantes fazem uso das definições? Qual seria o momento mais adequado para o professor definir um objeto matemático?

De acordo com Alves e Borges Neto (2012), na tomada de posição não se prevê a apresentação de uma definição formal, pois o início de uma aula não deve ser marcado por esse tipo de exposição. Segundo os autores, se o professor inicia a aula expondo uma definição formal, está descrevendo “sob o prisma da lógica proposicional, um objeto desprovido de um significado ou sentido, sob o ponto de vista do aluno” (ALVES e BORGES NETO, 2012).

Dessa forma, a *Sequência Fedathi* deve ser aplicada de forma a conduzir o estudante ao aprendizado por meio da construção e descoberta de significados. Sob a supervisão do professor, o estudante é estimulado a exercer sua capacidade de raciocínio e assim compreender, mediante seu próprio esforço, o significado dos conceitos, definições, manipulações e aplicações dos conteúdos matemáticos.

A seguir, ilustramos na figura 01, como relacionamos neste trabalho as componentes fundamentais do ensino da Matemática, a *Sequência Fedathi* e as definições matemáticas formais:



**Figura 1:** Ilustração das relações entre as definições matemáticas formais, as componentes fundamentais do ensino da Matemática e a *Sequência Fedathi*.

Observamos na figura 1 que a definição matemática está associada diretamente à conceituação, manipulação e aplicação. O significado de uma definição estabelecido na conceituação dá sentido às posteriores manipulações e é determinante no momento da aplicação, pois independente do contexto. Ao nos depararmos com um problema em que há necessidade de emprego das noções e teorias matemáticas, deveremos estar aptos a reconhecer qual conteúdo matemático se encaixa melhor em sua resolução e, para isso, reconhecer os conceitos e definições são imprescindíveis.

Na figura, as componentes fundamentais também se interligam entre si, retratando uma relação equilibrada entre estas. Em seguida estas se ligam à *Sequência Fedathi*, que as abrange em suas fases. Note ainda que a *Sequência Fedathi* se relaciona diretamente à definição matemática. E assim dispomos dessas relações como forma de melhor explicitar nosso referencial teórico.

Em resumo, faremos uma ligação entre as componentes fundamentais do ensino da Matemática (LIMA, 1999) e a metodologia *Sequência Fedathi* (BORGES NETO, 2001) relacionando-as às definições.

#### **4 Metodologia e Procedimentos do Estudo**

Através de entrevista semi-estruturada realizada com três professores de Matemática do Ensino Médio, da rede pública estadual de ensino do Estado do Ceará, coletamos alguns dados relativos à concepção de professores de matemática acerca do papel e importância das definições matemáticas formais.



A entrevista foi composta por oito (08) perguntas relacionadas às concepções dos professores acerca das definições matemáticas formais e metodologias adotadas em sala de aula, com as quais buscamos conhecer como os professores lidam com as definições formais, como costumam abordar novos conteúdos em sala de aula, quais os tipos de atividades propostas e como se dá o emprego das definições formais.

Na análise das entrevistas, nosso foco inicial foi a observação da postura e demais características esboçadas pelos participantes, seguindo assim as orientações de análise de entrevista proposta por Bardin (2004). Feito esse detalhamento das emoções escondidas nas falas e posicionamentos, detivemo-nos a relacionar e confrontar as respostas fornecidas com nosso referencial teórico.

Dessa forma, nossas sugestões após a análise das entrevistas se basearam na verificação do equilíbrio entre as componentes *conceituação*, *manipulação* e *aplicação* e nos pressupostos da *Sequência Fedathi*, tendo como maior foco de interesse os momentos de utilização dos conceitos e definições.

## 5 Apresentação e Discussão dos Resultados

Apresentamos a seguir uma síntese com os principais resultados, após análise das respostas dadas às perguntas: 1) Para você o que é uma definição matemática formal? 2) Qual a importância de uma definição matemática? 3) Você considera as definições essenciais para o aprendizado? Por quê?

Percebemos que as concepções dos professores entrevistados acerca das definições formais deixam a desejar no que se refere ao papel das mesmas no ensino, sendo que estes nunca refletiram sobre o seu papel e importância. Isso ficou evidente diante das inúmeras pausas na fala, risos e respostas vagas.

Todos os professores adotam uma metodologia que coloca o professor como centro do processo de ensino e aprendizagem. Os estudantes são tratados como receptores passivos de informação e, assim, a curiosidade, a iniciativa e o raciocínio investigativo são eliminados da vivência desses estudantes. Talvez seja esse fato que desencadeie as reações de desinteresse, desestímulo e até indisciplina por parte da turma, conforme descrito no relato dos entrevistados.

Os professores não percebem que a memorização e a mecanização propiciadas pelo exercício isolado da manipulação, só implicará em aprendizado se



houver a compreensão dos significados de cada símbolo, algoritmo e fórmula envolvidos em determinada situação.

A visão superficial acerca do papel das definições, detectadas no início da entrevista se refletem justamente na exploração breve das definições e conceitos, em que o professor logo passa a explorar com maior ênfase a parte algorítmica dos conteúdos.

Dessa forma, conforme descrito por Lima (1999), quando há maior ênfase na exploração da manipulação, os estudantes tendem a aprender as técnicas algorítmicas, a memorizar fórmulas e a resolver exercícios mecanicamente, porém o exercício da criatividade, o estímulo à imaginação e a capacidade de raciocinar abstratamente não são explorados.

A figura 2 traz um resumo dos principais resultados obtidos, no qual relacionamos nosso quadro teórico com os resultados das análises.

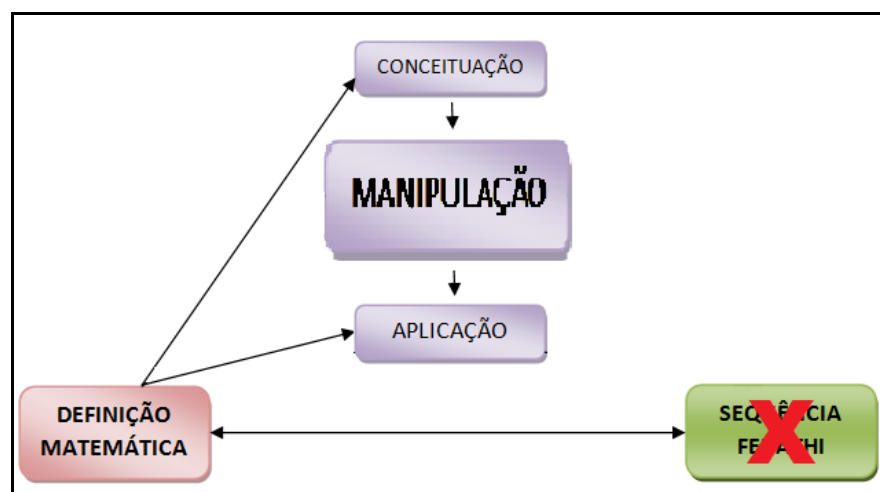


Figura 2: Relação entre o quadro teórico e os resultados identificados na pesquisa

Observe que na figura 2 a definição matemática se liga diretamente à conceituação, seguindo para a manipulação e aplicação. Não há equilíbrio entre as componentes. Evidenciamos esse fato exibindo a manipulação num retângulo maior que os demais. Não há ligação com a *Sequência Fedathi*, pois os professores adotam uma metodologia que tem o professor como centro do processo de ensino.

A figura 3 traz o que seria a mediação ideal tendo como fundamentação os pressupostos da *Sequência Fedathi*:

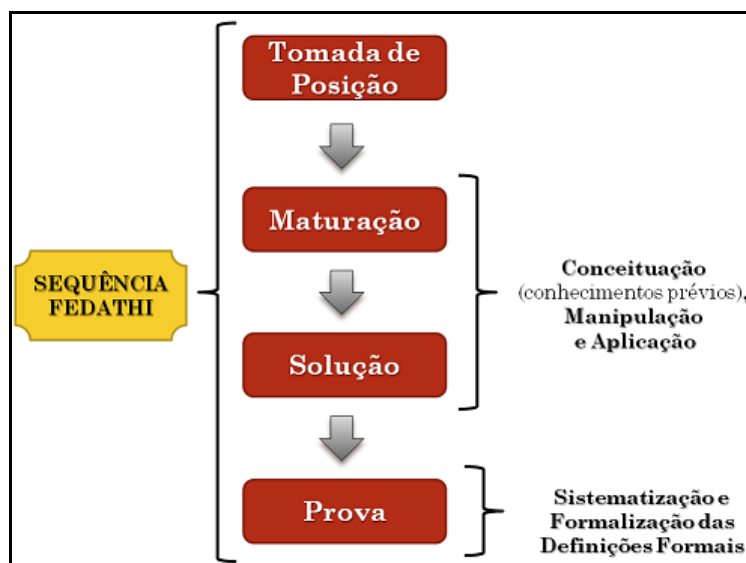


Figura 3: mediação ideal conforme as fases da *Sequência Fedathi*.

De acordo com os pressupostos da *Sequência Fedathi*, a mediação adequada seria aquela em que o professor expõe uma situação problema, os estudantes tentam resolvê-la com meios que dispõem, fazendo uso da conceituação, manipulação e aplicação dos conteúdos no momento da fase de maturação e solução. Somente na fase de prova é que seria formalizada a definição formal, cujo significado já teria sido construído nas fases anteriores.

## 6 Conclusão

Independentemente da importância para o aprendizado, nas situações analisadas a *Conceituação* é deixada em segundo plano. A *Manipulação* prevalece como componente de destaque e a *Aplicação* é mencionada apenas por um professor. O equilíbrio proposto por Lima (1999) parece estar longe de ser alcançado nesse grupo de professores.

Também há enorme distanciamento dos pressupostos da *Sequência Fedathi*, pois todos os requisitos básicos necessários para a *Tomada de Posição*, *Maturação*, *Solução* e *Prova*, são descartados no momento em que o centro do processo de ensino é o professor. Ao contrário do que é defendido na *Sequência Fedathi*, os professores entrevistados costumam apresentar as definições logo no início da aula.

Assim, podemos concluir que a abordagem dos conceitos e definições acontece na sala de aula de forma superficial, mencionada por praxe e sem a devida preocupação em relacionar definições, símbolos, fórmulas e aplicações.



A forma como o professor compreende este tema é extremamente importante, pois suas concepções, segundo os resultados desta pesquisa, se refletiram na maneira como as abordam em sala de aula. Esse reflexo se tornou evidente na ênfase que é dada à manipulação dos conteúdos. “[...] o professor de Matemática deve ser consciente sobre a natureza de uma definição formal e de que modo sua natureza condiciona/determina sua mediação.” (ALVES; BORGES NETO, 2012)

Compreendemos que as definições sozinhas não são suficientes para garantir o aprendizado, mas sua compreensão e relação com as propriedades de um objeto matemático, aliadas ao entendimento de como lidar com as formas, números, algoritmos e fórmulas, fornecem as ferramentas necessárias para compreensão de como aplicar os conteúdos em contextos diversos.

Dessa forma, respondemos aos questionamentos iniciais sobre a percepção do professor e sua influência na transposição do saber. Destacamos a importância das definições no ensino e aprendizagem de Matemática, porém ressaltamos que ainda mais importante é a mediação do professor, que deve possuir consciência crítica, domínio do conteúdo e perceber a importância de uma metodologia de ensino adequada, que não permita a criação de estratégias de memorização desprovidas da compreensão dos conceitos e definições envolvidos.

## 7 Referências Bibliográficas

ALVES, Francisco, R. V.; BORGES NETO, Hermínio. **Ensino de Geometria Analítica**: uma discussão nos pressupostos da Sequencia Fedathi no contexto da formação do professor de Matemática. Disponível em:  
<[http://teleduc4.multimeios.ufc.br/cursos/diretorio/apoio\\_56\\_8/ENSINO%20DE%20GEOMETRIA%20ANALITICA%281%29.pdf](http://teleduc4.multimeios.ufc.br/cursos/diretorio/apoio_56_8/ENSINO%20DE%20GEOMETRIA%20ANALITICA%281%29.pdf) > Acesso em: 17 jan. 2012.

ALVES, Francisco, R. V.; BORGES NETO, Hermínio; BARRETO, Marcília Chagas. **Uma aplicação da Sequência Fedathi no ensino de Progressões Geométricas e a formação do professor no IFCE**. In: *Conexões, Ciência e Tecnologia*. v. 5, nº 1, 9-24, 2011. Disponível em:  
<<http://revistaconexoes.ifce.edu.br/index.php/conexoes/issue/archive>>. Acesso em: 31/03/2011.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, [2004?]. 281p.



BORGES NETO, Hermínio. **A Teoria de Fedathi e sua relação com o intuicionismo e a lógica do descobrimento matemático no ensino**. XV EPENN (Encontro de Pesquisa Educacional do Norte-Nordeste), São Luís, Maranhão, 2001.

JUCÁ, Adelmir de Menezes. **Construções geométricas no ambiente virtual de ensino Telemeios com mediação na Sequência Fedathi**. 2011. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

LIMA, Elon Lages et al. **A matemática do ensino médio**. Coleção professor de matemática. 6. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. 2 v. 308 p.

LIMA, Elon Lages. **Conceituação, manipulação e aplicações**: as três componentes do ensino da Matemática. Revista do Professor de Matemática 41, 1999. 1. Elon Lages Lima. IMPA-RJ. Disponível em: <<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/20082/pdf/rpm41.pdf>> Acesso em: 19 dez. 2010.

\_\_\_\_\_. **Exame de textos**: análise de livros de matemática para o ensino médio. Rio de Janeiro: VITAE/IMPA/SBM, c2001. 467 p.

PONTE, J. P. (2006). **Estudos de caso em educação matemática**. *Bolema*, 25, 105-132. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte%20%28Estudo%20caso%29.pdf>> Acesso em: 12 set. 2011.

SANTANA, José Rogério; BORGES NETO, Hermínio; ROCHA, Elizabeth Matos. **A Sequência Fedathi**: uma proposta de mediação pedagógica no ensino de matemática. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática 2004, Recife, PE. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/07/MC15472834830.pdf>> Acesso em: 31 jul. 2011.