



ALTERANDO O DIVIDENDO E O DIVISOR EM PROBLEMAS DE DIVISÃO EXATA COMO ESTRATÉGIA PARA A COMPREENSÃO DAS RELAÇÕES DE CO-VARIAÇÃO ENTRE OS TERMOS DA DIVISÃO

Sintria Labres **Lautert**, UFPE¹, sintrialautert@gmail.com

Fernanda Augusta Lima das **Chagas**, UFPE, chagasfernanda@hotmail.com

Alina Galvão **Spinillo**, UFPE, spin@ufpe.br

RESUMO

O estudo investiga a compreensão do raciocínio multiplicativo em problemas de divisão exata. Oitenta estudantes do 2º e do 5º anos do Ensino Fundamental de escolas públicas do Recife foram solicitados a fazer julgamentos sobre duas situações (S1 e S2) envolvendo a resolução de problemas não-computacionais. Na S1 os problemas requeriam a divisão de uma mesma quantidade a ser dividida em um número diferente de partes. Na S2 os problemas requeriam a divisão de diferentes quantidades em um mesmo número de partes. Resultados revelam que as crianças de ambas os anos tiveram mais sucesso na S2.

Palavras-chave: raciocínio multiplicativo, divisão, relações inversas.

ABSTRACT

The study investigates the understanding of multiplicative reasoning problems exact division. Eighty students from the 2nd and the 5th year of elementary school of public schools in Recife were asked to make judgments about the two situations (S1 and S2) solving problems involving non-computational. In S1 problems requiring the division of one quantity to be divided into a number of different parts. In S2 problems requiring the division of different amounts in a same number of parts. Results show that children of both years were more successful in S2.

Keywords: multiplicative reasoning, division, inverse relationships.

1. Pesquisa desenvolvida no Núcleo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática | NUPPEM no Programa de Pós-graduação em Psicologia Cognitiva UFPE



1. Introdução

Os estudos na área da Psicologia da Educação Matemática (CORREA, NUNES; BRYANT, 1998; CORREA ; SPINILLO, 2004; SKOUMPOURDI ; SOFIKITI, 2009; SQUIRE, 2002) apontam que a compreensão sobre o conceito de divisão, na maioria das vezes, é confundida com a competência dos indivíduos para operar os algoritmos, sendo este, considerado muitas vezes o único critério para avaliar tal compreensão. No caso específico da divisão, este modo de tratar o ensino, oferece limitações, uma vez que ignora as diferenças entre o conjunto de procedimentos a serem implementados para a resolução e as transformações realizadas sobre número e quantidades. Portanto, compreender as formas adotadas por crianças ao resolver problemas de divisão exata, torna-se essencial para os educadores poderem propiciar situações de aprendizagem que auxiliem crianças na superação de dificuldades ao lidar com este conceito.

Segundo Vergnaud (2003), a compreensão de um conceito matemático envolve três dimensões: conjunto de situações que dão sentido ao conceito, conjunto de invariantes operatórios que constituem as diferentes propriedades do conceito e o conjunto de representações simbólicas, gráficas ou gestuais que permite representar os conceitos. No que se refere às situações que envolvem a divisão enquanto operação matemática, no que tange ao isomorfismo de medidas, dois tipos de problemas são conhecidos na literatura: os problemas de divisão por partição e os problemas de divisão por quotas. Nos problemas de divisão por partição, é fornecida uma quantidade inicial e o número de partes em que essa quantidade inicial deverá ser distribuída, sendo o tamanho de cada parte o resultado encontrado. Nos problemas de divisão por quota é fornecido o valor do conjunto inicial que deverá ser dividido em quotas preestabelecidas, buscando-se encontrar o número de partes.

Pesquisas apontam para duas dificuldades específicas usualmente experimentadas por crianças ao iniciarem a aprendizagem da divisão: a dificuldade em lidar com o resto (NUNES; BRYANT, 1997; SPINILLO; LAUTERT, 2006) e a dificuldade em compreender as relações inversas entre os termos da divisão (CORREA, NUNES; BRYANT, 1998; LAUTERT; SPINILLO, 2004; LAUTERT,



SPINILLO; CORREA, 2009; SKOUMPOURDI; SOFIKITI, 2009; SQUIRE, 2002), sendo esta última dificuldade mais difícil de ser superada pela criança no contexto escolar.

O presente estudo explora a compreensão do raciocínio multiplicativo de crianças, em problemas de divisão exatos, que envolvem o esquema de distribuição considerando as relações inversas entre o divisor e o quociente em situações-problema em que o dividendo é mantido constante e as relações diretas em que o divisor é mantido constante e altera-se o valor do dividendo.

2. MÉTODO

Participantes

Oitenta estudantes de baixa renda, de ambos os sexos, alunos de escolas públicas da cidade do Recife distribuídos igualmente em dois grupos G1 (sem instrução sobre a divisão - 2º ano, média de idade = 7 anos 5 meses) e G2 (com instrução sobre a divisão - 5º ano, média de idade = 11 anos 5 meses)

Materiais

Foram utilizados lápis e papel, cartelas retangulares de papelão (8 cm x 16 cm), contendo por escrito um problema de divisão por partição ou um problema de divisão por quotas e MP3 .

Procedimentos

As crianças foram solicitadas a fazer julgamentos sobre situações que envolviam oito problemas divisão em tarefas não-computacionais, sendo quatro problemas de divisão por partição e quatro problemas de divisão por quotas. Duas situações foram apresentadas, a saber:

Situação 1, os problemas apresentados envolviam a divisão de uma mesma quantidade em um número diferente partes, por exemplo: Bruna e Rodrigo são professores. Cada um deles comprou 40 bombons de chocolate para presentear os seus alunos. A professora Bruna tem 5 alunos e o professor Rodrigo tem 8 alunos.



Quem vai receber mais bombons de chocolate os alunos da professora Bruna ou os alunos do professor Rodrigo?

Situação 2, os problemas envolviam a divisão de diferentes quantidades a ser dividida em um mesmo número de partes, por exemplo: Tatiana comprou 16 chicletes e Mateus comprou 12 chicletes. Tatiana e Mateus desejam dar seus chicletes para cada um de seus 4 primos. Quem vai receber mais chicletes são os primos de Tatiana ou os primos de Mateus?

Em cada uma das situações as crianças faziam julgamentos de quatro problemas, dois de partição e dois de divisão por quotas. Estes foram apresentados aos participantes através de sorteio prévio, enquanto as situações foram randomizadas obedecendo à seguinte ordem: metade dos participantes respondeu Situação 1, primeiro e depois a Situação 2; outra metade dos participantes resolveu a Situação 2, primeiro e em seguida a Situação 1.

Todas as crianças foram individualmente entrevistadas em uma única sessão por um mesmo examinador, sendo a entrevista gravada em áudio (MP3) e posteriormente transcrita para análise.

O Quadro 1 apresenta os problemas utilizados nas duas situações:

Quadro 1. Problemas apresentados na Situação 1 e na Situação 2.

Situações	Enunciado
Situação 1 (alterando o valor do divisor e mantendo o dividendo constante)	<p>(PP1) Camila e Patrícia ganharam 35 rosas, cada uma, para dar a suas professoras no final do ano. Camila tem 5 professoras e Patrícia tem 7 professoras. Quem vai receber mais rosas as professoras de Camila ou as professoras de Patrícia? Por quê?</p> <p>(PP2) Bruna e Rodrigo são professores. Cada um deles comprou 40 bombons de chocolate para presentear os seus alunos. A professora Bruna tem 5 alunos e o professor Rodrigo tem 8 alunos. Quem vai receber mais bombons de chocolate os alunos da professora Bruna ou os alunos do professor Rodrigo? Por quê?</p> <p>(PQ1) Depois do horário da escola Pedro e Mário ajudaram a sua tia fazendo picolés. Cada um deles fez 24 picolés. Pedro vai colocar 6 picolés em cada caixa de isopor e Mário vai colocar 4 picolés em cada caixa de isopor. Quem vai precisar de mais caixas de isopor Pedro ou Mário? Por quê?</p> <p>(PQ2) Júnior e Rafael ganharam de seus pais um álbum de figurinhas da copa do mundo. Cada um deles têm 21 figurinhas repetidas para dar a seus amigos. Júnior vai dar a cada um de seus amigos 7 figurinhas das que são repetidas e Rafael vai dar 3 figurinhas das que são repetidas a cada um de seus amigos. Quem vai ter mais amigos recebendo figurinhas Júnior ou Rafael? Por quê?</p>

continua na próxima página



<p>Situação 2 (alterando o valor do dividendo e mantendo o divisor constante)</p>	<p>(PP3) Tatiana comprou 16 chicletes e Mateus comprou 12 chicletes. Tatiana e Mateus desejam dar seus chicletes para cada um de seus 4 primos. Quem vai receber mais chicletes são os primos de Tatiana ou os primos de Mateus? Por quê?</p> <p>(PP4) Bruno e Laura foram comprar paçocas. Bruno comprou 30 paçocas e Laura comprou 20 paçocas. Cada um deles deseja dar suas paçocas para 5 colegas de sala. Quem receberá mais paçocas os colegas de Bruno ou os colegas de Laura? Por quê?</p> <p>(PQ3) Roberto e Danilo resolveram comemorar juntos os seus aniversários. Roberto convidou 24 amigos e Danilo convidou 36 amigos. Na festa os eles colocaram em cada mesa 6 dos seus amigos. Quem vai ocupar mais mesas na festa de aniversário, os amigos de Roberto ou os amigos de Danilo? Por quê?</p> <p>(PQ4) Juliana e Beatriz são professoras e resolveram fazer um piquenique com os seus alunos. Juliana levou ao passeio 16 alunos e a professora Beatriz levou 28 alunos. Durante o piquenique as professoras pediram que eles formassem grupos contendo 4 alunos. Quem vai formar mais grupos de alunos, a professora Juliana ou professora Beatriz? Por quê?</p>
--	---

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os dados foram analisados em função do desempenho (número de acertos) e das justificativas apresentadas. Análise das justificativas tomou por base o princípio de co-variação existente entre os termos da divisão proposto por Lautert (2005), tendo-se em vista dois aspectos: (a) as possíveis relações que a criança estabelece entre os termos da divisão; (b) o grau de precisão e explicitude das justificativas. A combinação desses aspectos permitiu classificar as justificativas em três tipos como descrito e exemplificado a seguir:

Tipo 1: nenhuma justificativa, justificativa indefinida ou irrelevante. "Eu não sei"

Exemplo 1:¹ Tatiana comprou 16 chicletes e Mateus comprou 12 chicletes. Tatiana e Mateus desejam dar seus chicletes para cada um de seus 4 primos. Quem vai receber mais chicletes são os primos de Tatiana ou os primos de Mateus? (problema 1, partição)

C: Tatiana

E: Por quê?

C: Porque os primos dela são bem legais.

E: Por que você acha isso?

C: Porque eles gostam mais de chicletes e os de Matheus gostam pouco.

(Participante 8, Grupo 1, sexo feminino, idade 7 anos e 8 meses)

¹ Convenções adotadas – C: criança e E: examinador.



Tipo 2: a criança considera os termos da divisão de duas maneiras: Concentrando sua atenção no valor do dividendo ou concentra atenção no valor do divisor.

Exemplo 2: Bruna e Rodrigo são professores. Cada um deles comprou 40 bombons de chocolate para presentear os seus alunos. A professora Bruna tem 5 alunos e o professor Rodrigo tem 8 alunos. Quem vai receber mais bombons de chocolate os alunos da professora Bruna ou os alunos do professor Rodrigo? (problema de partição)

C: Bruna.

E: Por quê?

C: Porque 40 é mais do que cinco.

E: Como assim explica melhor

C: Porque 40 é mais que 5

(Participante 12, Grupo 1, sexo masculino, idade 7 anos e 5 meses)

Exemplo 3: Depois do horário da escola Pedro e Mário ajudaram a sua tia fazendo picolés. Cada um deles fez 24 picolés. Pedro vai colocar 6 picolés em cada caixa de isopor e Mário vai colocar 4 picolés em cada caixa de isopor. Quem vai precisar de mais caixas de isopor Pedro ou Mário? (problema de quota)

C: Pedro

E: Por quê?

C: Porque ele vai colocar 6 picolés em cada caixa. Ai é mais do que Mário.

(Participante 4, Grupo 1, sexo feminino, idade 7 anos e 10 meses)

A criança considera ambos os termos, mas confunde o tamanho das partes com o número das partes.

Exemplo 4: Depois do horário da escola Pedro e Mário ajudaram a sua tia fazendo picolés. Cada um deles fez 24 picolés. Pedro vai colocar 6 picolés em cada caixa de isopor e Mário vai colocar 4 picolés em cada caixa de isopor. Quem vai precisar de mais caixas de isopor Pedro ou Mário? (problema de quota)

C: Pedro

E: Por quê?

C: Porque ele ganhou mais picolés.

(Participante 3, Grupo 1, sexo masculino, idade 7 anos e 10 meses)

Tipo 3: A criança considera os termos da divisão, sem confundi-los sendo capaz de comparar o valor do quociente com o divisor ou comparar o valor do dividendo com divisor. Em geral, as justificativas expressam o entendimento de que, uma vez mantido o dividendo constante, a relação entre o tamanho das partes e número das partes é inverso ou entendimento de que, uma vez mantido o divisor constante as relações entre o tamanho das partes e o número de partes são diretas.

Exemplo 5: Bruna e Rodrigo são professores. Cada um deles comprou 40 bombons de chocolate para presentear os seus alunos. A professora Bruna tem 5 alunos e o professor Rodrigo tem 8 alunos. Quem vai receber mais bombons de chocolate os alunos da professora Bruna ou os alunos do professor Rodrigo? (problema de partição)



C: Bruna

E: Por quê?

C: Porque tem 5 alunos. Por ela ter menos alunos eles deverão receber mais.
(Participante 14, Grupo 2, sexo feminino, idade 11 anos e 10 meses)

Exemplo 6: Depois do horário da escola Pedro e Mário ajudaram a sua tia fazendo picolés. Cada um deles fez 24 picolés. Pedro vai colocar 6 picolés em cada caixa de isopor e Mário vai colocar 4 picolés em cada caixa de isopor. Quem vai precisar de mais caixas de isopor Pedro ou Mário? (problema 2, quota)

C: Mário

E: Por quê?

C: Porque as caixas do Pedro ele ta colocando 6 picolés e Mario ta colocando 4.

E: Como assim?

C: Vai precisar de mais caixas Mário. Porque a quantidade de picolé que ele vai colocar em cada caixa é menor. Ai ele vai precisar de mais caixas
(Participante 5, Grupo 2, sexo masculino, idade 11 anos e 3 meses)

Desempenho geral

Como mostra a Tabela 1, as crianças de ambos os grupos apresentam melhor desempenho na Situação 2 (G1: 87% e G2: 71%) do que na Situação 1 (G1: 13% e G2: 29%), sendo esta diferença detectada pelo U de Mann-Whitney (Situação 1: $U = 435,5$, $p = 0,000$ e Situação 2: $U = 538$, $p = .001$). Diferenças significativas também foram detectadas pelo Wilcoxon na análise intra-grupos: Grupo 1 (sem instrução) Situação 1 < Situação 2 ($Z -5.376$, $p = .000$) e Grupo 2 (com instrução) Situação 1 < Situação 2 ($Z -5.219$, $p = .000$).

Tabela 1: Percentual de acertos por grupo em cada situação.

Grupo	Situação 1	Situação 2
G1 (2º. ano) (n= 156)	13	87
G2 (5º ano) (n= 219)	29	71

Nota: Situação 1: alterando o valor do divisor e mantendo o dividendo constante) Situação 2: alterando o valor do dividendo e mantendo o divisor constante.

Constata-se, assim que apesar da diferença em escolaridade, as crianças de ambos os grupos apresentam um melhor desempenho na Situação 2 do que na Situação 1. Na Situação 2 o foco da atenção da criança recai na comparação dos valores do dividendo, uma vez que o valor do divisor permanece constante. De acordo com Correa, Meireles e Curvelo (2000) o julgamento da relação direta entre



dividendo e quociente pode ser feita em base aditiva tal qual na experiência inicial de partilha. Dessa forma, a criança não precisa, portanto, coordenar mais que uma variável para ter sucesso na situação apresentada. Já na Situação 1, que envolve relações inversas na qual o dividendo permanece constante, variando o número do divisor, a criança necessitará além de prestar atenção no valor do divisor deverá estabelecer relações com o valor do quociente a ser encontrado. Neste caso, a criança deverá julgar a relação entre divisor e quociente, coordenando assim duas informações: o fato de que o dividendo é mantido constante e de que o divisor varia em número. Tal entendimento evidenciaria uma compreensão acerca das relações multiplicativas pelas crianças. Neste sentido, constata-se que o fato da criança ter recebido instrução escolar não garante a compreensão sobre as relações inversas.

Buscou-se investigar se haveria diferenças de desempenho que pudessem ser atribuídas aos tipos de problemas de divisão apresentados nas duas situações (ver Tabela 2). Os resultados das análises estatísticas apontam que existe diferença significativa entre os grupos (G1: 10% e G2: 52%) apenas na Situação 1, quando se compara o desempenho nos problemas de partição, conforme indicado pelo U de Mann-Whitney ($U = 394.000$, $p = .000$). Uma possível explicação para este resultado, pode estar atrelada ao fato de que na Situação 1 o julgamento pode ser feito com base aditiva, sendo o raciocínio aditivo mais fácil e já explorado de forma mais sistemática no contexto escolar através das operações de adição e subtração.

Tabela 2: Percentual de acertos por grupo, por situação e tipo de problema.

Grupo	Situação 1 (n=84)		Situação 2 (n=291)	
	Partição	Quota	Partição	Quota
G1 (2º. ano)	10	14	24	23
G2 (5º. ano)	52	24	27	26

Nota: Situação 1: alterando o valor do divisor e mantendo o dividendo constante) Situação 2: alterando o valor do dividendo e mantendo o divisor constante.

Justificativas

O teste Friedman, aplicado a cada justificativa separadamente, detectou diferenças



significativas quando se compara a frequência de cada justificativa nos dois grupos e nas duas situações ($p < .000$), com ilustrado na Tabela 3.

Tabela 3: Percentual de cada tipo de justificativa por grupo e por situação.

Justificativas	Grupo 1(2o ano)		Grupo 2 (5o ano)	
	Situação 1 (n= 160)	Situação 2 (n= 160)	Situação 1 (n= 160)	Situação 2 (n= 160)
Tipo 1	18	14.4	33	8.75
Tipo 2	76	0.6	34.5	0.6
Tipo 3	6	85	32.5	90.6

Nota: Situação 1: alterando o valor do divisor e mantendo o dividendo constante) Situação 2: alterando o valor do dividendo e mantendo o divisor constante.

De modo geral, constata-se que justificativas Tipo 2 são mais frequentes no Grupo 1 (2º. ano) e que o Tipo 3 é mais frequente em ambos os grupos na Situação 2 (G1: 85% e G2: 90.6%) do que na Situação 1 (G1: 6% e G2: 32.5%). Diferenças significativas também foram detectadas pelo Wilcoxon na análise intra-grupos, a saber:

Grupo 1:

Situação 1 (Tipo 1 vs Tipo 2: $Z = -4.537$; $p = .000$; Tipo 1 vs Tipo 3: $Z = -2.687$; $p = .007$; Tipo 2 vs Tipo 3: $Z = -5.318$; $p = .000$)

Situação 2 (Tipo 1 vs Tipo 2: $Z = -3.331$; $p = .001$; Tipo 1 vs Tipo 3: $Z = -5.251$; $p = .000$; Tipo 2 vs Tipo 3: $Z = -5.669$; $p = .000$)

Grupo 2

Situação 1 (não foi detectada diferença significativa entre os tipos)

Situação 2 (Tipo 1 vs Tipo 2: $Z = -2.356$; $p = .018$; Tipo 1 vs Tipo 3: $Z = -5.656$; $p = .000$; Tipo 2 vs Tipo 3: $Z = -5.849$; $p = .000$)

A justificativa do Tipo 2 mereceu uma análise particular, por ser esta que ilustra as dificuldades das crianças em lidar com as relações, quer sejam estas



inversas ou diretas. A Tabela 4 fornece uma visão geral da incidência de cada tipo de erro apresentado pelas crianças de ambos os grupos nas situações.

Tabela 4: Incidência de cada tipo de erro que emergiram nas justificativas Tipo 2.

Atenção	Grupo 1 (2º ano)		Grupo 2 (5º ano)	
	Situação 1	Situação 2	Situação 1	Situação 2
Foco no divisor	105	0	52	0
Foco no dividendo	8	0	3	0
Foco em ambos, e confunde	9	1	0	1

Nota: Situação 1: alterando o valor do divisor e mantendo o dividendo constante) Situação 2: alterando o valor do dividendo e mantendo o divisor constante.

Nota-se na Tabela 4 que na Situação 1 o foco no divisor é o tipo de erro mais frequente para ambos os grupos e na Situação 2 os poucos erros que ocorrem são porque as crianças confundem o número de partes com o tamanho das partes. Parece que estes erros foram superados na Situação 2 em que a criança teve que lidar com relações diretas que ocorrem no início das situações de compartilhar (dividir nas situações informais do cotidiano).

Considerações finais

Os resultados encontrados no presente estudo mostram que apesar de apresentarem diferentes níveis de conhecimento escolar sobre a divisão, tanto as crianças do 2º ano como as do 5º ano tiveram mais sucesso na Situação 2 do que na Situação 1. Isso indica que, independentemente da escolaridade, essas crianças tinham dificuldades em compreender as relações inversas entre o divisor e o quociente, embora fossem capazes de compreender as relações diretas entre o dividendo e o quociente. Uma possível explicação é que a criança presta mais atenção para o valor do dividendo, desde que o valor do divisor permaneça constante. O pensamento aditivo, com base em experiências anteriores com a partilha, pode ser usado para avaliar a relação direta entre dividendo e quociente.



Assim, a criança não precisaria coordenar mais de uma variável para ser bem sucedida na tarefa que está realizando.

Ao que parece, a relação inversa entre o valor do divisor e valor do quociente quando o dividendo é mantido constante (Situação 1) não seria facilmente encontrado nas experiências diárias da criança. Este tipo de situação deveria ser mais explorado na escola, tendo em vista que a divisão enquanto operação matemática requer a compreensão da coordenação dos vários termos envolvidos. Os resultados apontaram que as crianças que já foram instruídas sobre o conceito de divisão e multiplicação, na escola continuam apresentando dificuldades em lidar com as relações inversas (Situação 1), que é um dos princípios invariantes relevantes para a compreensão do conceito de divisão.

Do ponto de vista educacional, esta investigação possibilita refletir acerca de como este conceito vem sendo tratado no contexto escolar e sugere que a apresentação de tarefas não-computacionais poderia ser uma estratégia adotada pelos professores para levar as crianças não só entender o conceito de divisão, mas para também possibilitar a reflexão sobre o algoritmo canônico da divisão.

Referências Bibliográficas

CORREA: J.; SPINILLO, A. G. O desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em crianças. In: Pavanello, Regina M. (Org.). *Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula*. São Paulo: Biblioteca do Educador Matemático, Coleção SBEM, 103-127, 2004.

_____; NUNES, T. ; BRYANT, P. Young children's understanding of division: The relationship between division terms in a non-computational task. *Journal of Educational Psychology*, 90 (2), 321-329, 1998.

_____; MEIRELES, E; CURVELO, C. A compreensão intuitiva da criança acerca da divisão partitiva de quantidades contínuas. *Estudos de Psicologia*, 1, 11-31, 2000.

LAUTERT, S. L. ; SPINILLO, A. Como as crianças lidam com as relações inversas em problemas de divisão. In: *VII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife*, 2004.

_____; SPINILLO, A. ; CORREA Jane . Improving children's division word problems solving skills. In *Proceedings of the 33th Annual International Conference of*



3º SIPEMAT

SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



Psychology of Mathematics Education (PME), Thessaloniki: Greece, 5, 467, 2009

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

SKOUMPOURDI, C. ; SOFIKITI, D. Young children's material manipulating strategies in division tasks. In *Proceedings of the 33th Annual International Conference of Psychology of Mathematics Education (PME)*, Thessaloniki: Greece, 5, 137-145, 2009.

SPINILLO, A. G. ; LAUTERT, S. L. O diálogo entre a Psicologia do Desenvolvimento Cognitivo e a Educação Matemática In L. Meira ; A. G. Spinillo. *Psicologia Cognitiva: cultura, desenvolvimento e aprendizagem*. Recife: Editora Universitária, 2006.

SQUIRE, S. Children's misunderstanding of an inverse relation. In *Proceedings of the 26th Annual International Conference of Psychology of Mathematics Education (PME)*, Thessaloniki: Norwich: UEA Norwichv., 1, 319 , 2002,

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. In *Anais do I Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro* (pp.1-26). Rio de Janeiro, 2003.