



A REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTRUTURA MULTIPLICATIVA DO TIPO UM- PARA-MUITOS

Tâmara Marques da S. **Gomes**, UFPE, tamara_msg@hotmail.com

Edneri Pereira **Cruz**, UFPE, ednericruz@hotmail.com

Rute de Souza **Borba** (Orientadora), UFPE, rborba@ce.ufpe.br

Verônica **Gitirana** Ferreira (Orientadora), UFPE, veronica.gitirana@gmail.com

RESUMO

Este estudo analisa o papel da representação simbólica na resolução de situações-problema de estrutura multiplicativa, especificamente os que envolvem a relação um-para-muitos. Para a realização deste trabalho foi aplicado um teste individual com 47 alunos, sendo 25 do 4º e 22 do 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da Rede Pública Municipal. Cada aluno respondeu sete situações-problema, sendo cada uma com um tipo de representação. Dentre os aspectos analisados, destaca-se o percentual de acerto e erro, no qual se observou um maior índice de acerto nos problemas que apresentavam dentre as representações o desenho como suporte.

Palavras-chave: matemática, representação, estrutura multiplicativa, campos conceituais.

ABSTRACT

This paper examines the role of symbolic representation in the resolution of problem-situations in multiplicative structure, specifically those involving the relation one-to-many. For this work an individual test was applied to 47 students, of which 25 were from 4th grade (8-10 years) and 22 from 5th grade (9-11 years) of elementary school, coming from a public school. Each student answered seven problem situations, each one with a kind of representation. Among the aspects analyzed, we highlight the percentage of correct and error, in which we observed a higher rate of success in problems that presented images as support.

Keywords: mathematics, representation, multiplicative structure, conceptual fields.



1. Introdução

De acordo com a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1994), as concepções dos alunos se desenvolvem com o passar do tempo por meio de experiências com um grande número de situações. Entretanto, o conhecimento aplicado tanto pode ser explícito, expresso de forma simbólica, quanto implícito, quando os alunos o utilizam em ação (VERGNAUD, 1994).

Sem dúvida, uma das maiores contribuições da Teoria dos Campos Conceituais para a Educação Matemática é a possibilidade de analisar os fatores que interferem no desempenho da criança ao resolver problemas e o quanto esta atividade pode contribuir para a construção dos conceitos matemáticos.

Nessa perspectiva, a resolução de situações-problema é o ponto de partida para o ensino da Matemática. No entanto, os problemas propostos aos alunos precisam ter objetivos bem definidos e coerentes com o processo de aprendizagem, já que, tão importante quanto a diversidade de situações é o desafio envolvido na sua resolução. Seguindo este pensamento, Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2001, p.10), destacam aspectos relacionados à construção de situações-problema:

... elaborar situações-problema significa fazer escolhas adequadas tanto de situações didáticas, quanto de debates, explicações, representações e formulações que auxiliem os alunos a construírem novos conceitos. Significa, ainda, escolher problemas adequados para avaliar o conhecimento dos alunos, ou ainda, escolher um grupo de problemas apoiados em diferentes conhecimentos, quer implícitos ou explícitos.

Sendo assim, nesta pesquisa buscou-se à luz da Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud (1990), compreender o papel das representações simbólicas na resolução de situações-problema de estrutura multiplicativa, especificamente os que envolvem a relação um-para-muitos.

Desse modo, discutiremos no tópico seguinte os aspectos essenciais da Teoria dos Campos Conceituais, tendo como foco principal o sujeito em situação e a compreensão do processo de aprendizagem, observando dentre outros aspectos, a aplicação pelos estudantes dos teoremas em ação, enquanto constroem e relacionam diferentes conceitos. Nesse sentido, buscou-se desenvolver todas as



etapas deste estudo norteadas pela necessidade de repensar as condições de aprendizagem conceitual.

2. Teoria dos Campos Conceituais

Embora o desenvolvimento seja a grande preocupação desta Teoria, Vergnaud (1994) utiliza-se de diversas contribuições da Teoria da Epistemologia Genética de Piaget, principalmente no que concerne ao conceito de esquema, para o desenvolvimento da Teoria dos Campos Conceituais. Dessa forma, uma das diferenças mais evidentes entre as propostas de Piaget e a Teoria de Vergnaud se deve ao fato de que a Teoria dos Campos Conceituais foi desenvolvida com foco na compreensão do processo de aprendizagem dos conceitos, especialmente em matemática.

A Teoria dos Campos Conceituais analisa não um conceito isolado, mas situações que dão significado a ele e que de alguma maneira estão intimamente ligadas no processo cognitivo, dessa forma o conhecimento é construído por meio de situações e problemas vivenciados pelos estudantes.

Para compreendermos a Teoria dos Campos Conceituais faz-se necessário entender as definições de campo conceitual, conceito, situações e esquemas. Segundo Vergnaud (1994), campo conceitual é “um conjunto de situações cujo tratamento implica esquemas, conceitos e teoremas em estreita relação, assim como representações linguísticas e simbólicas que podem utilizar-se para representá-los” (id. p. 75).

A definição de conceito vai além de significado. De acordo com Vergnaud (1990, p. 135), “um conceito não pode ser reduzido à sua definição se estamos interessados na sua aprendizagem e no seu ensino. É através de situações e de problemas que um conceito adquire sentido para o aluno.” Vergnaud define conceito como um conjunto de três subconjuntos, $C = (S, I, R)$:

(S) – Conjunto das situações que dão sentido ao conceito. Ou seja, um conceito torna-se significativo pela variedade de situações. O conjunto das situações é reconhecido como o referente do conceito.

(I) – Invariantes, os quais são responsáveis pela operacionalidade dos conceitos. É o que se mantém nos conceitos e possibilita o reconhecimento destes em diferentes



situações, ou seja, representam o significado do conceito.

(R) – Representações simbólicas são as formas de linguagem utilizadas para representar os invariantes e as situações, bem como os procedimentos para lidar com elas. É o significante do conceito.

2.1 Estruturas multiplicativas

Embora não tenha sido pensada como uma teoria didática, a Teoria dos Campos Conceituais, sendo cognitivista busca explicar o processo de conceitualização das estruturas aditivas e multiplicativas, trazendo grandes contribuições à compreensão dos processos de aprendizagem e, por conseguinte à reflexão da prática pedagógica; não apenas da matemática, mas das diversas áreas do conhecimento.

De acordo com Nunes, Campos, Magina e Bryant (2005, p. 84) a prática educacional em muitos países está pautada na hipótese de que a multiplicação tem origem na ideia de adição de parcelas repetidas. No entanto, ressaltam os autores, a ideia é em partes equivocada, já que não se aplica a todas as situações multiplicativas.

Nunes et al (2005) defendem que os aspectos que diferenciam a estrutura aditiva da multiplicativa não são apenas conceituais, mas tem uma estreita relação com o raciocínio empregado na resolução das situações-problema e com os invariantes conceituais. No campo conceitual aditivo a essência do raciocínio é a relação *parte-todo*. O todo é igual a soma das partes e cada parte está representada no todo.

Apesar de uma das ideias de multiplicação ser exatamente a adição repetida, este princípio não atende a todas as situações multiplicativas, já que um dos invariantes conceituais da multiplicação é a relação constante um-para-muitos entre duas variáveis. Dessa forma, as situações multiplicativas, do tipo um-para-muitos, envolvem uma relação constante entre duas quantidades.

No que se refere ao campo conceitual das estruturas multiplicativas podemos considerar todas as situações que podem ser percebidas como problemas de comparação multiplicativa de grandezas, proporções simples e múltiplas, para os quais, normalmente, é necessária uma multiplicação, uma divisão ou uma



combinação dessas operações (VERGNAUD, 1990). Vários conceitos matemáticos fazem parte das situações que envolvem estruturas multiplicativas. Entre esses conceitos estão o de função linear, função não-linear, espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, taxa, número racional, multiplicação e divisão (ibid.).

De acordo com Nunes, Campos, Magina e Bryant (2005) no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, as situações podem ser classificadas em três diferentes situações: situações de correspondência um-para-muitos; situações que envolvem relações entre variáveis e situações que envolvem distribuição e divisão por partes ou quotas. Neste trabalho trataremos apenas da situação de correspondência um-para-muitos.

2.1.1 Correspondência um-para-muitos

De acordo com Nunes & Bryant (1997, p. 143) todas as situações multiplicativas envolvem uma relação constante de correspondência um-para-muitos. Esta relação é um dos invariantes conceituais da estrutura multiplicativa, servindo de base para outro conceito matemático, a proporção. Ex. “1-carro-para-4-rodas” Para ser constante a relação, para cada unidade que acrescentarmos em um dos conjuntos (carro), acrescentaremos 4 para o outro conjunto(rodas). Sendo nesse caso a razão de 1:4. Essa razão permanece constante, já que para cada carro adicionado, tenho 4 novas rodas. Nesse sentido as variáveis envolvidas são proporcionais.

Estudos realizados por Nunes et al (2005) e Nunes e Bryant (1997) sugerem que as ideias iniciais das crianças de 05 a 06 sobre multiplicação vêm do desenvolvimento do esquema de correspondência um-para-muitos. Os autores constataram que aos 06 anos a criança já é capaz de resolver problemas práticos de multiplicação, fazendo uma importante ressalva em relação ao modo como as situações são apresentadas para a criança.

3. Método

Baseados na Teoria dos Campos Conceituais (1990) elaborou-se um teste com diferentes tipos de representação simbólica de situações-problema de estrutura



multiplicativa, o qual foi aplicado com 47 crianças, sendo 25 do 4º ano e 22 do 5º ano do Ensino Fundamental, todas da rede pública municipal da cidade de Afogados da Ingazeira.

O teste é composto por sete situações-problema, todos de correspondência um-para-muitos. Em cada problema é apresentada uma situação diferente, totalizando sete representações. Tendo como principal objetivo analisar a influência do tipo de representação na resolução de problemas, isolamos a variável quantidade para que o valor obtido nos diferentes problemas não fosse maior que 16. Todas as questões foram apresentadas na mesma ordem para todos os alunos, conforme pode ser observado no quadro 1. Vale ressaltar que nenhuma das questões foi lida e que os estudantes responderam individualmente.

Quadro 1 – Teste aplicado com os alunos

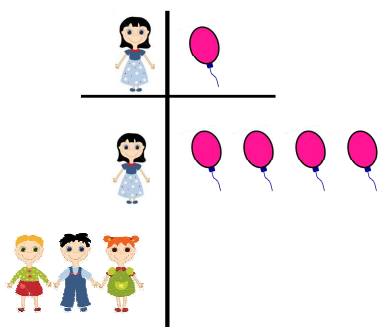
Aluno: _____ Idade: _____ Ano: _____

Resolva as situações-problema

1. Na sala de Júlia, cada menina ganhou três bonecas. Sendo quatro meninas na sala quantas bonecas foram distribuídas ao todo?
2. Maria deu 5 chocolates para cada um dos seus filhos. Ela tem 3 filhos. Quantos chocolates ela deu?
3. Luís compra figurinhas todos os dias. Cada pacote custa R\$ 2,00. Complete a tabela e escreva quanto Luís gastará para comprar a quantidade de pacotes abaixo:

Pacotes	R\$
1	2,00
6	

4. Cada criança tem 4 balões. Complete a tabela escrevendo o número de balões correspondente a quantidade de crianças.



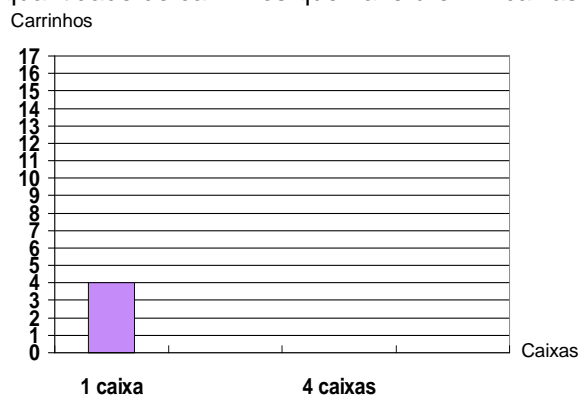
Adaptado de Nunes, Campos, Magina e Bryant (2005)

5. Pedro faz 2 copos de suco com 1 laranja. Quantos copos ele fará com as quantidades de laranjas abaixo:

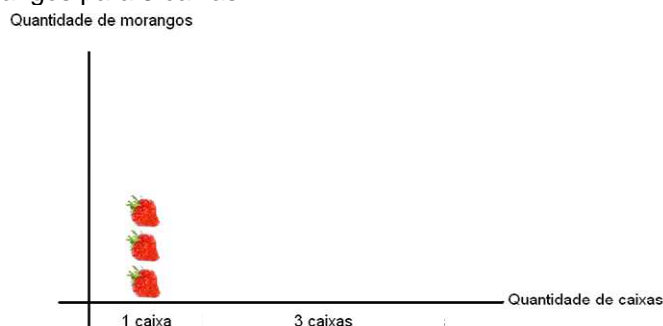




6. Pedro guarda seus carrinhos em caixas. Em cada caixa ele coloca 4 carrinhos. Complete o gráfico com a quantidade de carrinhos que haverá em 4 caixas.



7. João vende caixas de morango. Em cada caixa ele coloca 3 morangos. Desenhe a quantidade de morangos para 3 caixas.



A seleção das situações-problema utilizadas no teste pautou-se nos exemplos mais usuais identificados em livros didáticos e nos referenciais supracitados nesta pesquisa. Todas as questões, independentemente do tipo de representação, eram apresentadas através de um breve texto escrito. Destacamos na tabela 1, o tipo de representação solicitado na resolução de cada uma das questões:

Tabela 1 – Tipo de representação solicitado na resolução de cada questão

Questão	Tipo de Representação
01	Número por extenso
02	Algarismo
03	Tabela simples
04	Tabela com desenho
05	Esquema
06	Gráfico de coluna
07	Pictograma



4. Resultados

Os resultados obtidos no teste realizado pelos alunos foram tratados à luz da Teoria dos Campos Conceituais, com foco no papel da representação simbólica na resolução de situações-problema. Nessa perspectiva, a análise pautou-se na frequência de acerto e erro em cada uma das representações, bem como na análise das estratégias utilizadas. Desse modo, a frequência de acerto e erro foi analisada a partir da resolução feita pelos alunos, com e sem o uso da representação simbólica solicitada.

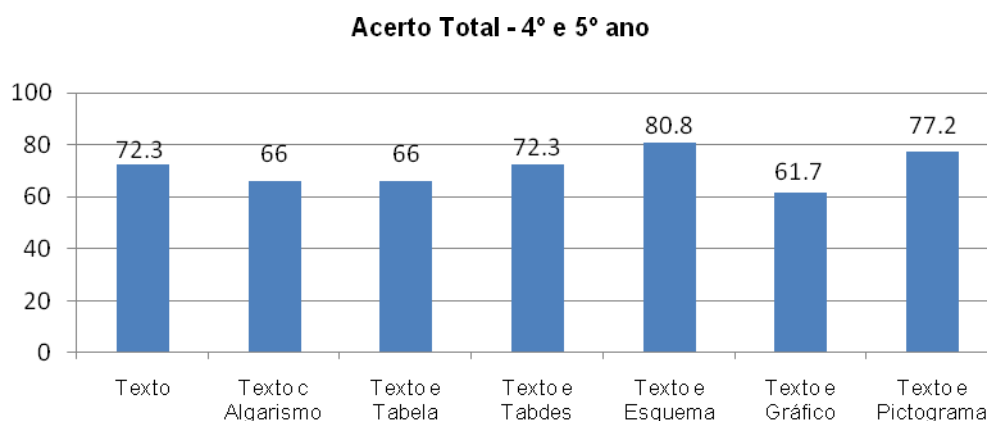


Gráfico 1 – Percentual de acertos 4º e 5º ano

Ao analisar o acerto total, percebe-se que em todas as representações o percentual de acertos foi acima de 60%. A média geral de acerto foi superior a 70%. Os resultados mostram demonstram que grande parte dos estudantes compreendem a relação da correspondência um-para-muitos, sendo esta uma das situações-problemas que envolve a ideia básica da estrutura multiplicativa.

Dentre as representações utilizadas, o melhor desempenho dos alunos foi na resolução de problemas que apresentavam desenho como suporte para compreensão da situação-problema, a exemplo do texto e esquema e do texto e pictograma, que obtiveram um percentual de 80,8% e 77,2%, respectivamente.



Tabela 2 – Frequência de acerto e erro em cada representação utilizada no 4º e 5º anos

	Erro sem uso da representação	Erro com uso da representação	Acerto sem uso da representação	Acerto com uso da representação
Texto	3 (6,4%)	10 (21,3%)	-	34 (72,3%)
Texto e algarismo	4 (8,5%)	12 (25,5%)	-	31 (66%)
Texto e Tabela	1 (2,1%)	15 (31,9%)	-	31 (66%)
Texto e Tabdes	3 (6,4%)	10 (21,3%)	1 (2,1%)	33 (70,2%)
Texto e Esquema	6 (12,8%)	3 (6,4%)	22 (46,8%)	16 (34%)
Texto e Gráfico	3 (6,4%)	15 (31,9%)	2 (4,3%)	27 (57,4%)
Texto e Pictograma	1 (2,1%)	10 (21,3%)	5 (10,6%)	31 (66%)

A tabela 1 mostra os índices de acertos e erros com o uso das representações dadas. O índice de acertos com as representações dadas no problema foi maior em todas as situações que tinham como suporte o desenho, exceto com esquema que pouco foi utilizado pelos alunos. Entretanto, a partir dos registros deixados pelos alunos, verificamos que a maioria utilizou o desenho como suporte para contagem, facilitando o alcance da resposta correta. Sugerindo que a multiplicação não foi identificada, os alunos contaram com base nos desenhos para chegarem a resposta correta.

Apesar do alto percentual de acertos com a utilização de tabela com desenho, verificamos que alguns alunos apresentam dificuldades com este tipo de representação, conforme verificamos na figura 1, sugerindo pouco conhecimento em relação a esse tipo de representação.

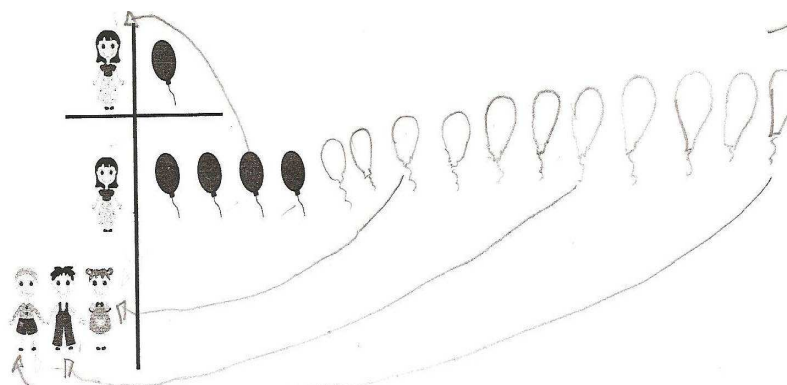


Figura 1 – Resolução de problema com tabela com desenho



O mesmo pode ser percebido na utilização do pictograma para resolução do problema proposto. Apesar de responderem corretamente ao problema, não demonstram domínio em relação à representação.

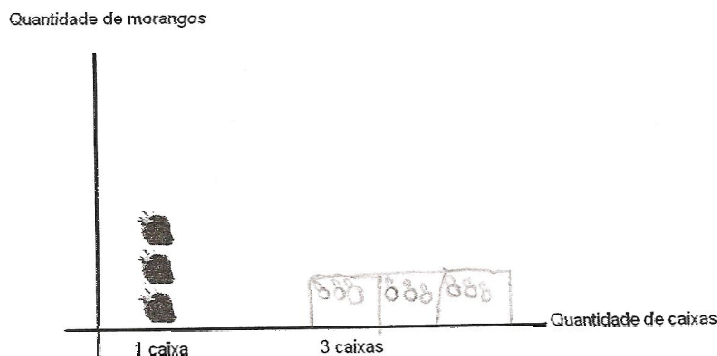


Figura 2 – Resolução de problema com pictograma

Apesar da maioria não ter resolvido com esquema sugerido, mais de 80% dos alunos conseguiram acertar a resposta. Demonstrando que nessas situações apesar de não terem resolvido com a representação proposta, esta serviu de suporte para a contagem dos alunos para que pudessem chegar à resposta correta.

Entretanto, em todas as situações o total de erros e acertos com o uso das representações foi mais elevado, exceto o texto com esquema. Sugerindo que a grande maioria dos alunos buscou resolver utilizando a representação solicitada.

Acerto Total - 4º ano

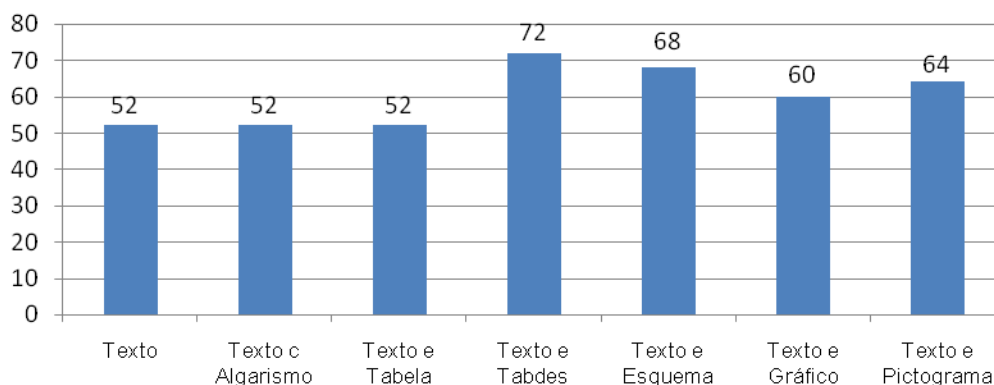


Gráfico 2 – Percentual de acertos 4º ano

É evidenciado no gráfico 2, que no 4º ano a média de acertos foi de 60%, demonstrando que boa parte dos alunos ainda não desenvolveu a compreensão da estrutura multiplicativa, especialmente em relação aos problemas do tipo um-para-muitos. A análise das estratégias de resolução utilizadas pelos alunos evidenciou



essa dificuldade de compreensão, já que mais da metade dos alunos que acertaram as questões 1 e 2, resolveu através da adição repetida.

Em todas as representações em que o desenho serviu de suporte o percentual de acertos foi maior, sugerindo que o desenho possibilitou a ilustração do problema, facilitando a compreensão e, conseqüentemente, a resolução pela criança.

Tabela 3 – Frequência de erro e acerto do 4º ano atrelado ao uso da representação

	Erro sem representação	Erro com representação	Acerto sem representação	Acerto com representação
Texto	3 (12%)	9 (36%)	-	13 (52%)
Texto c algarismo	3 (12%)	9 (36%)	-	13 (53%)
Texto e Tabela	-	12 (48%)	1 (4%)	12 (48%)
Texto e Tabdes	-	7 (28%)	1 (4%)	17 (68%)
Texto e Esquema	6 (24%)	2 (8%)	11 (44%)	6 (24%)
Texto e Gráfico	1 (4%)	9 (36%)	2 (8%)	3 (52%)
Texto e Pictograma	5 (20%)	4 (16%)	-	16 (64%)

Em relação ao 4º ano, nota-se um maior uso das representações sugeridas para resolução das situações-problema, principalmente quando analisamos o percentual de acertos, no qual somente a representação através de esquemas apresenta um índice maior de acertos sem a utilização da representação.

Acerto Total - 5º ano

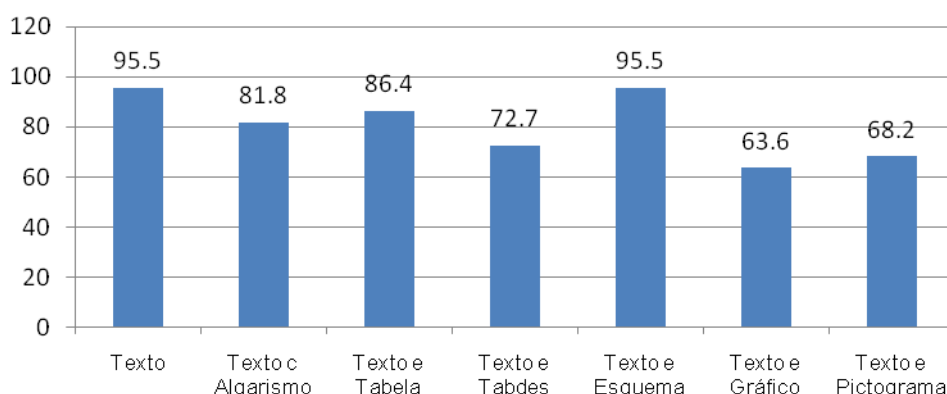


Gráfico 3 – Percentual de acertos 5º ano

Ao considerar os dados do 5º ano isoladamente, novamente o gráfico aparece com o maior percentual de erros (63,6%), contudo se compararmos o desempenho



dos estudantes do 5º ano nas situações-problema elaboradas envolvendo texto com números por extenso, texto com algoritmos, tabela e esquemas com desenho, observaremos que o percentual de acertos é sempre superior a 80%, diferentemente dos estudantes do 4º ano que apresentam uma maior dificuldade nas situações que a representação é mais textual. Sendo assim, pode-se levantar a hipótese de que o menor percentual de acerto do 4º ano nas situações com representação textual se dá pelo não desenvolvimento da habilidade de leitura.

Tabela 4 – Frequência de erro e acerto do 5º ano atrelado ao uso da representação

	Erro sem representação	Erro com representação	Acerto sem representação	Acerto com representação
Texto	-	1 (4,5%)	-	21 (95,5%)
Texto e algoritmo	1 (4,5%)	3 (13,6%)	-	18 (81,8%)
Texto e Tabela	-	3 (13,6%)	-	19 (86,4%)
Texto e Tabdes	3 (13,6%)	3 (13,6%)	-	16 (72,7%)
Texto e Esquema	-	1 (4,5%)	11 (50%)	10 (45,5%)
Texto e Gráfico	2 (9,1%)	6 (27,3%)	-	14 (63,6%)
Texto e Pictograma	1 (4,5%)	6 (27,3%)	-	15 (68,3%)

Ao analisar os dados referentes ao erro e acerto por tipo de resposta, vale destacar que os estudantes do 5º ano, em sua maioria, utilizaram a representação para resolução do problema. Outro aspecto interessante é que o índice de acertos em todos os tipos de representação sempre esteve acima dos 60%, evidenciando que grande parte dos alunos deste nível de escolaridade já compreendem os problemas de estrutura multiplicativa do tipo um-para-muitos.

5. Considerações Finais

Percebeu-se, em ambas as turmas, que nas representações em que o desenho serviu como suporte o índice de acertos foi superior ao das situações-problema que apresentavam apenas texto com ou sem algoritmos.

A representação gráfica foi a que os alunos demonstraram uma maior dificuldade, sugerindo que a dificuldade está na representação em si, a qual não é trabalhada costumeiramente nesse nível de escolaridade, e não na compreensão da



estrutura multiplicativa no que concerne aos problemas do tipo um-para-muitos.

Observou-se também que os estudantes do 4º ano foram os que apresentaram um índice de acertos menor em todas as situações, talvez por ainda estarem desenvolvendo conceitos relacionados às estruturas multiplicativas.

6. Referências

MAGINA, S., CAMPOS, T., NUNES, T., GITIRANA, V. **Repensando adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S., CAMPOS, T., NUNES, T., BRYANT, P. **Educação Matemática**: números e operações numéricas. São Paulo: Ed. Cortez, 2005.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. **Addition and subtraction**: A cognitive perspective. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum. p.39-59, 1982.

VERGNAUD, G. La théorie de champs conceptuels. **Recherches en Didactique de Mathématiques**, 1990.

VERGNAUD, G. (org). El aprendizaje y la enseñanza de la matemática: teoría e conceptos fundamentales. In: VERGNAUD, G. (org). **Aprendizajes y didácticas: que hay de nuevo?**. Buenos Aires: Edicial, 1994.