



TEOREMA DE PAPPUS-GULDIN COM AUXÍLIO DOS SOFTWARES MAXIMA E WINPLOT: ATIVIDADE APLICADA A UMA TURMA DE CÁLCULO II

Eberson Paulo **Trevisan**, UFMT, eberson76@hotmail.com

Andréia Cristina Rodrigues **Trevisan**, UFMT, andreiacr@gmail.com

RESUMO

Esse trabalho constitui-se de um relato de experiência que tivemos em uma turma de Cálculo Diferencial e Integral II do curso de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT) campus universitário de Sinop, em que os softwares livres Maxima e Winplot, foram propostos para serem utilizados na busca de validar o chamado Teorema de Pappus-Guldin. Os alunos, a partir da escolha de um sólido que pudesse ser caracterizado como um sólido de revolução, seguiram um roteiro previamente definido separado em parte experimental e parte computacional, onde foi possível coletar dados numéricos em ambas as etapas que puderam ser comparados entre si, permitindo aos alunos chegarem a certas conclusões acerca da validade desse teorema.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, teorema de Pappus-Guldin, softwares Maxima e Winplot.

ABSTRACT

This work constitutes a report of an experience we had in a class of Differential and Integral Calculus II course in Natural Sciences and Mathematics, Federal University of Mato Grosso (UFMT) campus of Sinop, in the free software and Maxima Winplot have been proposed for use in seeking to validate the so-called theorem of Pappus-Guldin. Students from the choice of a solid that could be characterized as a solid of revolution, followed a predetermined script in a separate part of the experimental and computational, where it was possible to collect numerical data in both steps that could be compared, enabling students to reach certain conclusions about the validity of this theorem.

Keywords: Teaching of Mathematics, Pappus-Guldin theorem, Maxima and Winplot software.

1. Introdução

Ensinar matemática tornou-se uma tarefa difícil nos dias atuais, isso porque na maioria das vezes a matemática não desperta o interesse dos estudantes. Nesse sentido, torna-se essencial que o professor busque caminhos que façam com que o aprendiz se identifique cada vez mais com essa ciência.

Levando em consideração o que afirma Machado (2006) e Borba e Penteado (2001) sobre a presença dos computadores nos mais variados setores das atividades cotidianas, principalmente nos setores educacionais, sejam eles educação básica ou superior, desponta-nos como fato que o uso do computador



em sala de aula, principalmente atrelado aos recursos de *softwares* específicos de matemática, podem contribuir significativamente para melhoria desse quadro de interesse dos alunos.

Buscando melhorar o envolvimento dos alunos nas atividades de aplicações da integral da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II do curso de Ciências Naturais e Matemática da UFMT campus universitário de Sinop, aplicamos uma atividade a turma trabalhando com os chamados sólidos de revolução e os teoremas de Pappus-Guldin¹ buscando utilizar-se dos recursos dos *softwares* Maxima² e Winplot³ na busca de uma validação experimental para os teoremas.

O fato de que o uso de novas tecnologias pode contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem dos alunos vem se revelando ao longo de várias pesquisas no campo educacional, como pode ser confirmado no relato de Coscarelli (1998, p. 40): “explorar bem o imenso potencial das novas tecnologias nas situações de ensino-aprendizagem pode trazer contribuições tanto para os estudantes quanto para os professores”. A autora, apoiada em Grégoire et al. (1996) destaca algumas das possíveis contribuições para a aprendizagem do uso de tecnologias em sala de aula:

Esses recursos estimulam os estudantes a desenvolverem habilidades intelectuais; muitos estudantes mostram interesse em aprender e se concentram mais; as novas tecnologias estimulam a busca de mais informações sobre um assunto estudado; o uso de novas tecnologias promove cooperação entre estudantes (1998, p. 40).

O uso do computador em sala durante as aulas de matemática pode alterar até mesmo a forma como concebemos a própria matemática, conforme destaca Borba (1999, p. 293) “é possível afirmar que a disponibilidade dessas novas mídias pode alterar o pensamento matemático”. De maneira geral, ela ajuda o aluno a conjecturar e testar hipótese de uma forma diferente do habitual, dando mais agilidade e mais flexibilidade ao aprendiz, proporcionando assim uma assimilação diferenciada do objeto estudado.

¹ Chamado às vezes na literatura de Teoremas do centróide (EVES, 2004).

² Maxima é um *software* livre utilizado principalmente para a manipulação de expressões simbólicas e numéricas. Maiores informações ou o próprio *Download* disponíveis em: <http://maxima.sourceforge.net>

³ Winplot é um *software* livre que permite com facilidade a construção e manipulação de gráficos em 2 ou 3 dimensões. Maiores informações ou o próprio *Download* disponíveis em: <http://www.gregosetroianos.mat.br/softwinplot.asp>



2. Metodologia

O chamado Teorema de Pappus-Guldin, trata-se na verdade de dois teoremas, úteis para calcular áreas e volumes de uma classe específica⁴ de sólidos de revolução. Esses teoremas teriam sido descobertos por Pappus de Alexandria, que viveu em torno do ano 300 d.c. e é considerado um dos grandes geômetras gregos existentes na história (EVES, 2004). Nos relatos históricos existentes não existe uma prova formal dos teoremas atribuída a Pappus. Esses teoremas foram retomados pelo matemático suíço Paul Guldin (1577-1642), por volta de 1600, daí o nome de Teorema de Pappus-Guldin.

Na íntegra os teoremas estabelecem que (Guidorizzi, 2001 e Eves, 2004):

PRIMEIRO TEOREMA: Girando-se uma região R em torno de um eixo de seu plano, eixo esse que não corte a região, o volume do sólido de revolução assim formado é igual ao produto da área da região R pelo comprimento da trajetória descrita pelo centróide da região.

SEGUNDO TEOREMA: Girando-se uma curva C em torno de um eixo de seu plano, eixo esse que não corte a curva, a área da superfície assim formada é igual ao produto do comprimento da curva C pelo comprimento da trajetória descrito pelo centróide da curva.

“Como não se pode esperar que o computador faça tudo sozinho” (COSCARELLI, 1998, p. 41) para alcançarmos nossos objetivos foi necessário planejamento e definição clara das atividades a serem realizadas pelos alunos. Assim, dividimos o trabalho a ser realizado pelos alunos em duas partes: experimental e computacional. Os alunos em pares receberam um roteiro contendo a descrição de cada parte. O roteiro da parte experimental era composto por 6 itens, os quais basicamente, solicitavam que os alunos: escolhessem um objeto gerado pela revolução de uma região plana (região A), moldassem a lateral desse objeto com um arame (curva C) e a partir desse molde estabelecessem o comprimento da curva C e o seu centro de massa, a área da região A e o seu centro de massa. De posse desses dados os alunos deveriam utilizar o teorema de Pappus-Guldin para determinar o volume e a área lateral do objeto escolhido.

⁴ Os teoremas só são aplicáveis quando a curva geratriz não corta o eixo de rotação.

Na socialização, as duplas após apresentarem as metodologias utilizadas para se chegar aos resultados, apresentavam uma tabela (exemplo na figura 2) comparando os resultados obtidos na parte experimental e computacional.

			PARTE I EXPERIMENTAL	PARTE II COMPUTACIONAL	DIFERENÇA
CURVA C	i	Comprimento	34,3 cm	34,1178 cm	0,534%
		x_c	13,4	12,6	6,349%
		y_c	9,4	9,33	0,75%
REGIÃO A	ii	Área	241,12 cm ²	233,45 cm ²	3,18%
		x_c	10,1	10,06	0,398%
		y_c	5,95	5,88	1,19%
	iii	Área Lateral	2.025,825 cm ²	1.953,562 cm ²	3,699%
iv	Volume	9.013,99 cm ³	8.625,356 cm ³	4,5%	

Fig. 2 – Figura apresentando tabela comparativa parte experimental (teorema de Pappus-Guldin) e computacional (teoremas e definições do cálculo aplicado nos softwares) dupla de alunos A.

A parte computacional foi trabalhada utilizando-se em boa parte do instrumental formal das integrais estudadas (teoremas e definições) em sala de aula, chegando-se a resultados próximos dos obtidos experimentalmente utilizando o teorema de Pappus-Guldin, o que de certo modo possibilitou uma validação para os teoremas.

As diferenças obtidas levaram os alunos a discutirem sobre o que poderia ter influenciado tal resultado, chegando a várias conclusões, tais como imprecisão nas medidas, ajudados pelo material não adequado utilizado para realizar as medições, arredondamentos feitos nas casas decimais, entre outros fatores relatados.

Essa atividade proporcionou aos alunos um momento para a discussão de vários conceitos de outras áreas exatas e da própria matemática, como conceito de centro de massa da física, conceito de área, volume e comprimento, conceito de função, matriz para se trabalhar com a rotação das funções entre outros. Pensando que o curso trata-se de ensino de ciências e matemática, consideramos que essa atividade contribuiu significativamente para suas formações.

Referências bibliográficas

BORBA, M. C. Tecnologias Informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. (org). **Pesquisa em educação matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.



BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 2ª ed. Editora Autêntica. Belo Horizonte, 2001.

COSCARELLI, C. V. **O uso da informática como instrumento de ensino-aprendizagem**. Revista Presença Pedagógica, v. 04, nº 20, mar./abr. p. 37-45, 1998.

EVES, H. **Introdução a História da Matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

GUIDORIZZI, H. L. **Um curso de Cálculo, volume 01**. 5ª ed. Livros técnicos e científicos, editora S.A.: Rio de Janeiro, 2001.

MACHADO, N. J. **Matemática e Educação: alegorias, tecnologias e temas afins**. 5ª ed. São Paulo: Cortez, 2006.

PENTEADO, M. G. Novos atores, novos cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. In: BICUDO, M. A. V. (org). **Pesquisa em educação matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.